ISTITUTO ISTRUZIONE SUPERIORE
EDOARDO AMALDI

MATEMATICA

CON TUTOR

NON TI TEMO

PRESENTAZIONE

" Chi non fa non sbaglia; chi non sbaglia non impara, chi non impara non cresce…."

Agli studenti del I liceo scientifico

Cari ragazzi e care ragazze ,
questo opuscolo, pensato proprio per voi, è stato realizzato da studenti delle classi seconde e vuole essere "una guida" per ripassare le nozioni fondamentali e propedeutiche per proseguire lo studio della matematica e per colmare eventuali lacune.
Troverete esercizi interamente risolti , accompagnati da illustrazioni e spiegazioni dettagliate, ed altri da completare per esercitarsi da soli.
I "vostri tutor" hanno scelto gli esercizi più adatti ,individuando le criticità e le tipiche difficoltà che uno studente del primo anno incontra e non riesce a superare da solo. Vi aiuteranno a capire meglio spiegando passo passo fino a quando riuscirete anche da soli.

Leggetelo con attenzione , anche più volte ed esercitatevi tanto!

I temi trattati sono i seguenti:

- *Problemi di geometria del piano* : studenti della classe 2E
- *Scomposizioni di polinomi :* studenti della classe 2A
- *Equazioni e disequazioni frazionarie:* studenti della classe 2F
- *Problemi algebrici di tipo numerico e geometrico* :studenti della classe 2B

Ci auguriamo che questo lavoro sia uno strumento efficace e utile anche per il vostro recupero.

E allora !   Prendiamo il quaderno e la penna e iniziamo, non siete soli!

Forza ragazzi !   Mettetecela tutta, non mollate….mai!

Le Docenti di matematica

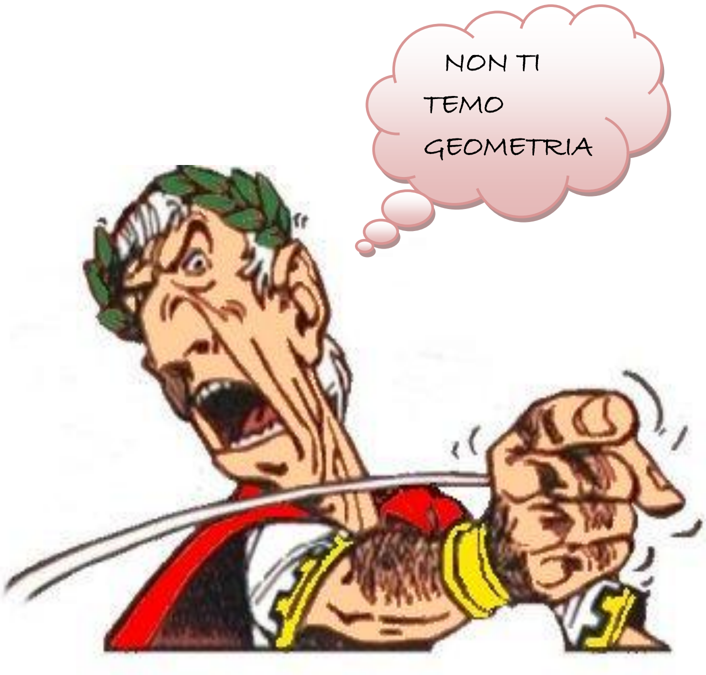
Prof.ssa Maria Bianchi

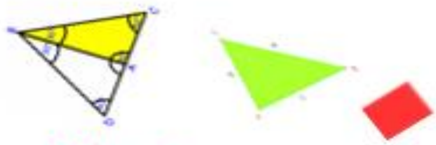
Prof.ssa Claudia Nisi

Prof.ssa Maria A.Sallustio

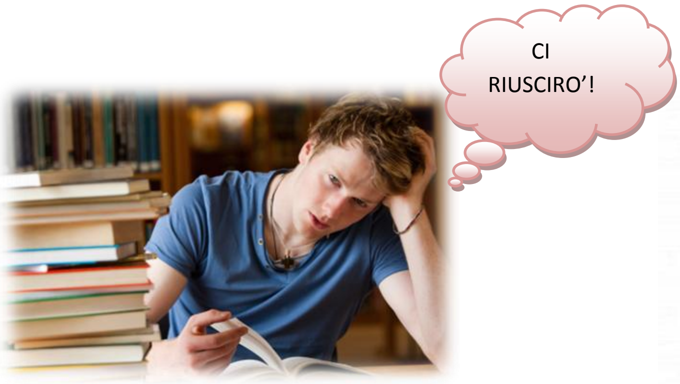
LA GEOMETRIA E' LA PALESTRA CHE SVILUPPA

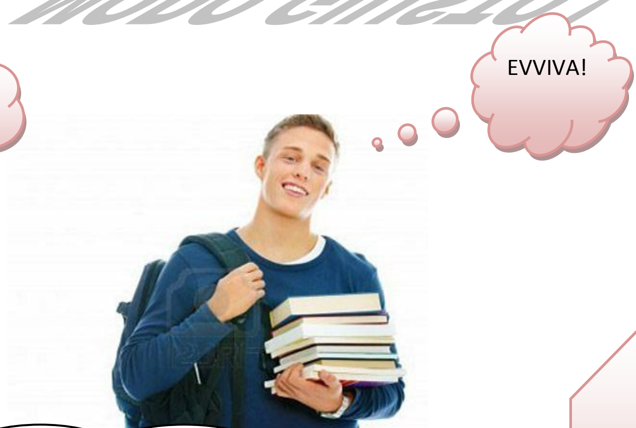
LE TUE CAPACITA' LOGICHE





! AFFRONTALA NEL MODO GIUSTO !



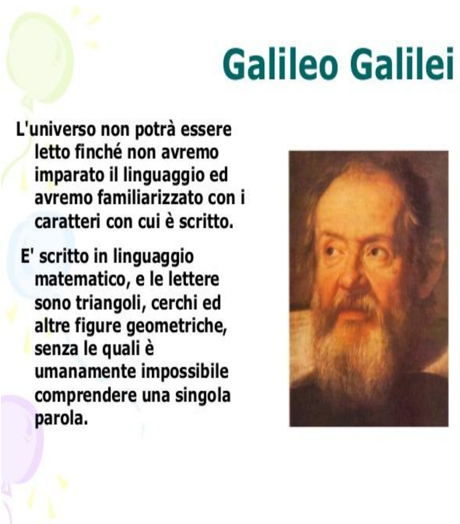


Lavoro realizzato dagli studenti della II E:
Di Bartolomeo Manuel
Miza Franceska
Fontanella Rebecca
Radu Stefan
Sava Djaclin

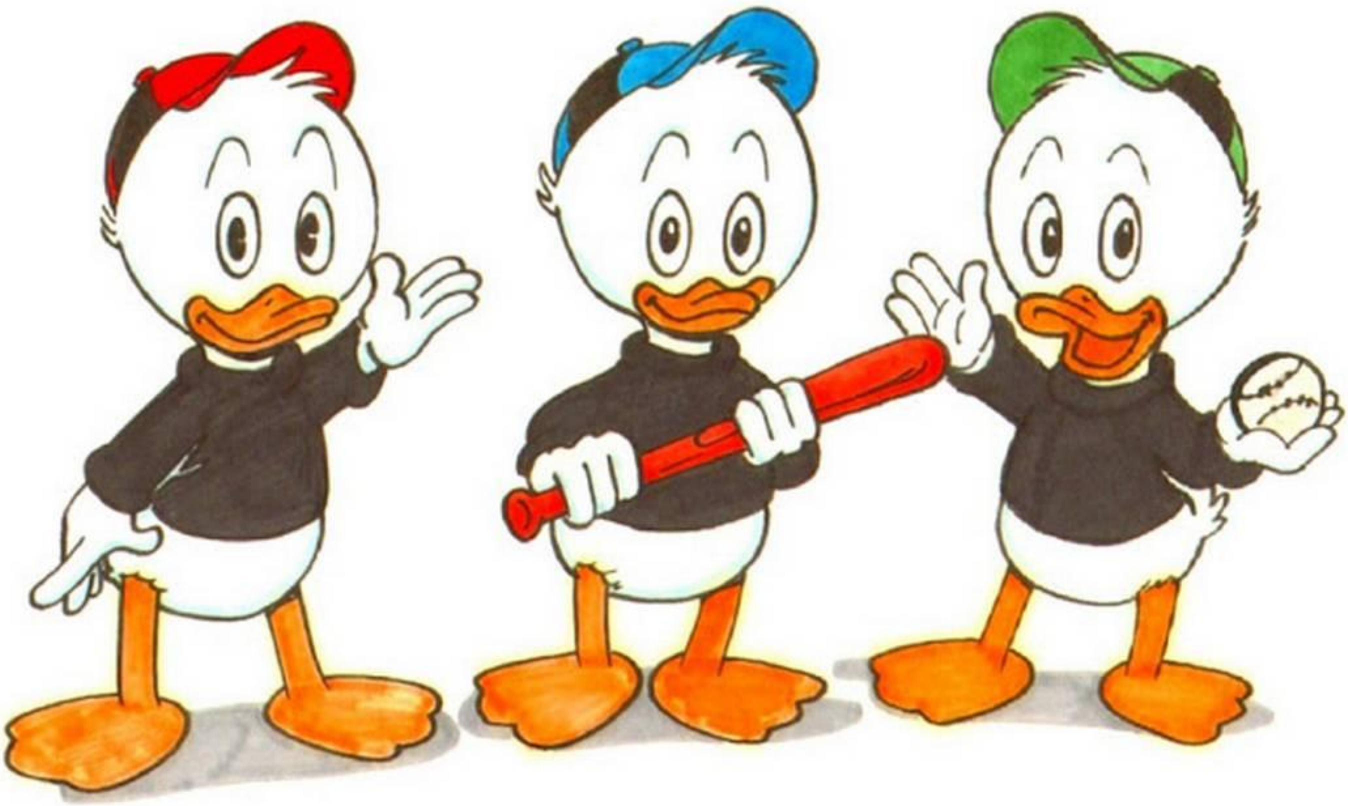
CONSIGLI UTILI:

FANNE

1. La teoria va studiata bene e costantemente.
2. Non imparare mai a memoria le dimostrazioni dei teoremi, ma cerca di capirle così sicuramente le ricorderai sempre.
3. Quando leggi un problema devi non solo capire la costruzione che devi fare ma anche sapere le proprietà delle figure coinvolte.
4. Traccia una grande figura seguendo le indicazioni e segnando sulla figura stessa tutti gli elementi che sono congruenti (visivamente già individui …).
5. Per dimostrare che sono congruenti alcuni lati o angoli, devi considerare, in genere, triangoli che "contengano" quei lati o quegli angoli, deducendo la loro congruenza in base ad uno dei criteri di congruenza dei triangoli. Nel caso dovesse mancare "qualcosa", sarà necessario considerare altri triangoli, o altre proprietà.
6. Quando ti viene detto di considerare un triangolo, senza nessuna altra ipotesi sui suoi lati o angoli, devi disegnare un triangolo qualsiasi, cioè un triangolo non particolare [né isoscele, né equilatero, né con angoli particolari (30°, 45°, 60°, 90°, …)].
   Così, quando si dice di prendere un punto P su un dato segmento AB, non devi mai fissare P "nel" punto medio,… o "vicino" al punto medio, ma in punto, interno al segmento, "lontano" dal punto medio.

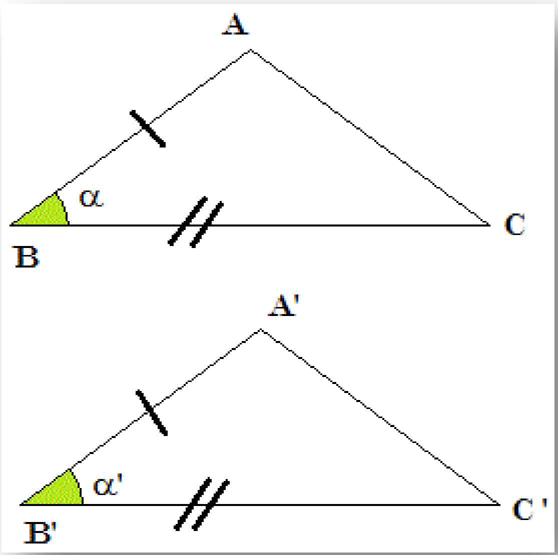


I CRITERI DI CONGRUENZA DEI TRIANGOLI



IL PRIMO CRITERIO DI CONGRUENZA

Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti due lati e l'angolo fra essi compreso.



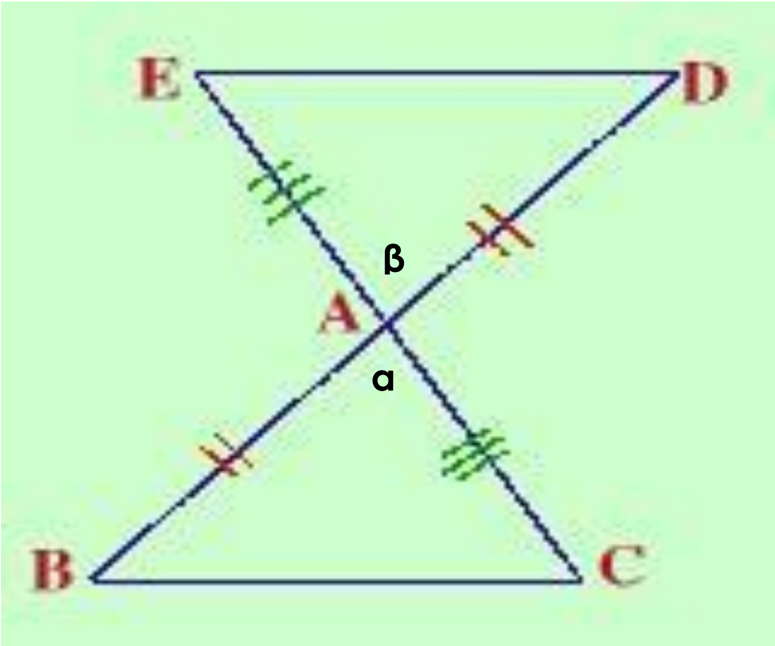
Per memorizzare meglio ricordati:

L A L

L= lato A= angolo

PROBLEMA SVOLTO

Dato il triangolo ABC si prolunghino i lati AB ed AC oltre A di due segmenti AD ≅ AB ed AE ≅ AC. Dimostrare che sono congruenti i segmenti BC e DE



Ricorda sempre di segnare nella figura gli elementi tra loro congruenti

Ti aiuterà a risolvere il problema.

Dimostrazione:

consideriamo i triangoli:

$\overset{\triangle}{ABC}$, $\overset{\triangle}{ADE}$ $\begin{cases} BA \cong AD \text{ per Hp} \\ a \cong \beta \text{ perché angoli opposti al vertice} \\ EA \cong AC \text{ per Hp} \end{cases}$

⇨ $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\wedge}{ADE}$ per il **I** criterio di congruenza dei triangoli.

In particolare BC ≅ DE

Hp:
triangolo ABC
AD ≅ AB
AE ≅ AC
A ∈ BD e A ∈ BC

Th:
BC ≅ DE

PROBLEMA GUIDATO

Il triangolo ABC della figura è isoscele sulla base AC e inoltre DB $\cong$ EB .

Dimostra che i triangoli DAC ed ECA sono congruenti.

Hp:

$\overset{\triangle}{ABC}$ isoscele

DB $\cong$ EB

Th:

$\overset{\triangle}{DAC} \cong \overset{\triangle}{ECA}$

Dimostrazione:

$\overset{\triangle}{DAC}$

$\overset{\triangle}{ECA}$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{AC ....} \\ \text{DC} \cong \text{AE .... di segmenti congruenti} \\ \text{......................} \end{array} \right.$

$\overset{\triangle}{DAC} \cong \overset{\triangle}{AEC}$ per .... di congruenza.

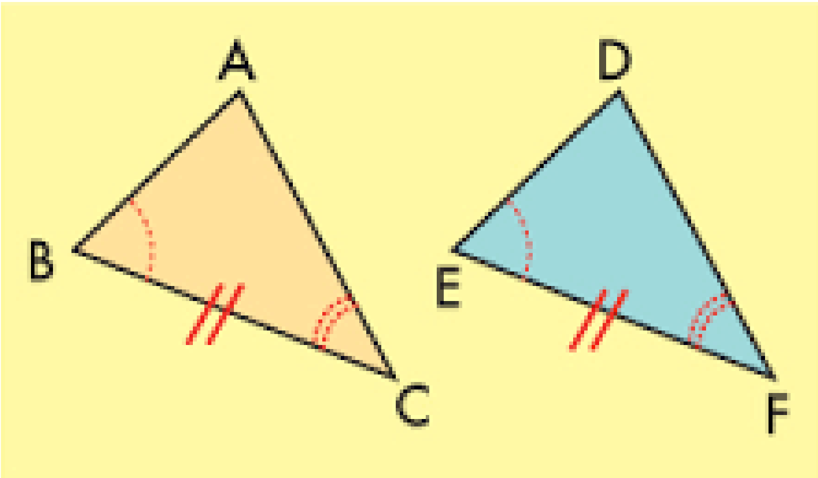
ORA TOCCA A TE…

1) Dati due triangoli congruenti ABC e $A'B'C'$, si considerino sui lati AC e $A'C'$ due punti D e D' tali che $DC \cong D'C'$. Dimostrare che $DB \cong D'B'$.

2) In un triangolo ABC,sia CK la bisettrice dell’angolo ACB. Considera, sui lati AC e BC, rispettivamente, due punti P e Q tali che CP ≌ CQ. Dimostra che PK≌ QK

IL SECONDO CRITERIO DI CONGRUENZA

Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti due angoli e l'angolo compreso.



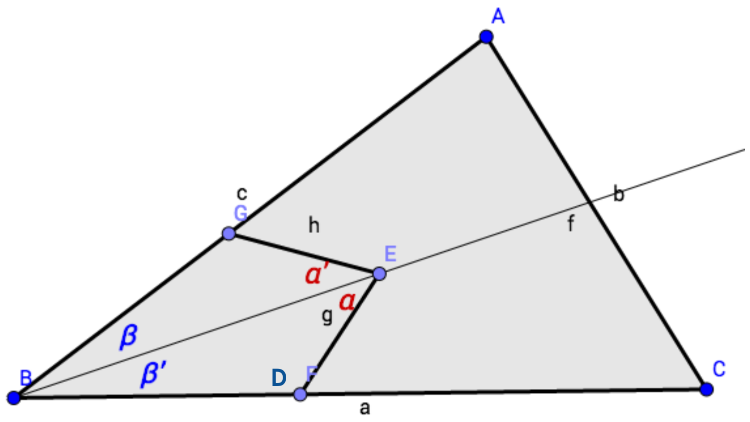
Per memorizzare meglio ricorda:

A L A

L=lato
A=angolo

PROBLEMA SVOLTO

Detto E un punto sulla bisettrice dell'angolo GBD; tracciamo da E i segmenti ED e EG in modo che gli angoli GEB e DEB siano congruenti . Dimostra che GB è congruente a DB.



Hp:

$\beta \cong \beta'$

$a \cong a'$

Th:

GB $\cong$ *DB*

Dimostrazione:

$\overset{\triangle}{GEB}$
$\overset{\triangle}{FBE}$
$\left\{ \begin{array}{l} \beta \cong \beta' \text{ per ipotesi} \\ BE \text{ in comune} \\ a \cong a' \text{per ipotesi} \end{array} \right.$

$\Rightarrow$ $\overset{\triangle}{GBE}$ e $\overset{\triangle}{FBE}$ sono congruenti per il II criterio di congruenza dei triangoli.

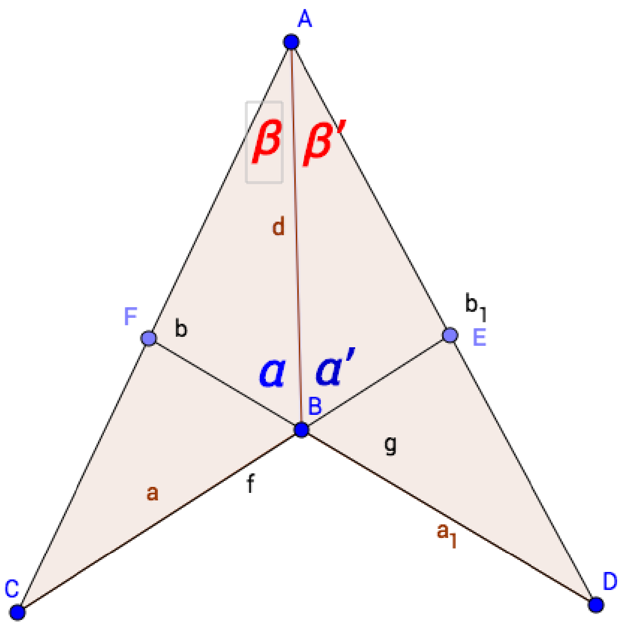
In particolare DB $\cong$ BG

PROBLEMA GUIDATO

Nella figura sappiamo che a ≌a' e che β≌β'. Dimostra che:

1-CB≌BD

2-CF≌ED



Hp:
a≌a'
β≌β'

Th:
CB≌BD
CF≌ ED

Dimostrazione:

$\overset{\triangle}{BFA}$ $\overset{\triangle}{EBA}$ {

β ≌β' per ipotesi

………….. in comune

…………..

BFA ≌EBA per ……………………

In particolare ……………………

$\overset{\triangle}{CFB}$ $\overset{\triangle}{DEB}$ {

BF ≌ BE prima dimostrato

……………. angoli supplementari di angoli congruenti

………………………

CFB ≌ DEB per ……………………

In particolare ……………….

ORA TOCCA A TE…

1)

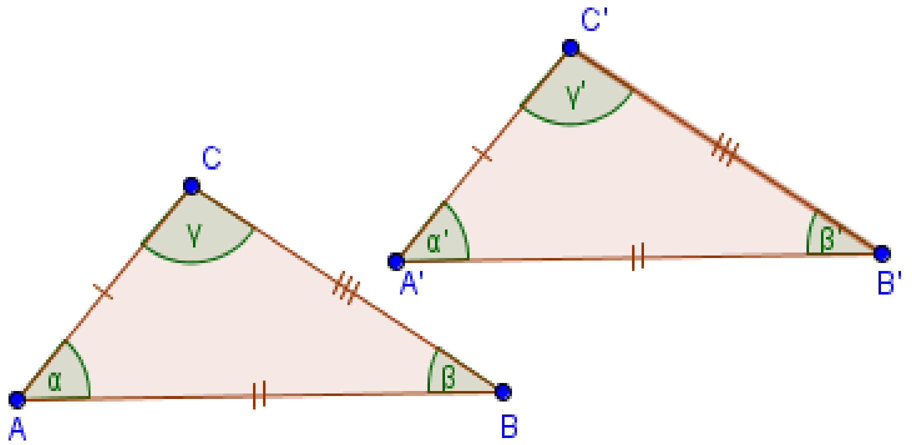
Dimostra che se in un triangolo ABC l'altezza AH relativa a BC è anche bisettrice dell'angolo in A,allora il triangolo è isoscele.

2)

Disegna i triangoli congruenti ABC e A'B'C'. Dimostra che le bisettrici di due angoli congruenti sono congruenti.

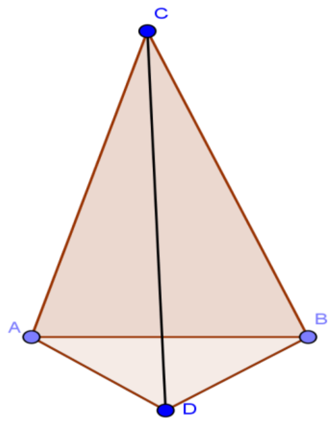
IL TERZO CRITERIO DI CONGRUENZA

Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti i tre lati



PROBLEMA SVOLTO

Disegna il triangolo isoscele *ABC* di base *AB*. Esternamente al triangolo prendi un punto *D* in modo che *DA@DB*. Unisci *D* con *A*, con *B* e con *C* e dimostra che i triangoli *DAC* e *DBC* sono congruenti



Hp: $\overset{\triangle}{ABC}$ isoscele

$AD \cong DB$

Th:

$\overset{\triangle}{ADC} \cong \overset{\triangle}{DBC}$

dimostrazione:

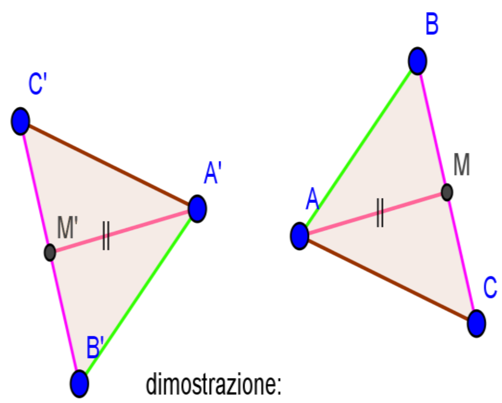
consideriamo i triangoli

$$\overset{\triangle}{ADC} \quad \overset{\triangle}{DBC} \quad \begin{cases} AC \cong BC \text{ per Hp} \\ CD \text{ in comune} \\ AD \cong DB \text{ per Hp} \end{cases}$$

$\Rightarrow \overset{\triangle}{ADC} \cong \overset{\triangle}{DBC}$ per il terzo criterio di congruenza dei triangoli

PROBLEMA GUIDATO

Di due triangoli ABC e A’B’C’ si sa che AB≅ A’B’, BC≅ B’C’ e che le mediane relative ai lati BC e B’C’ sono congruenti. Dimostra la congruenza dei triangoli ABC e A’B’C’.



Hp:

AB≅A'B'

BC≅B'C'

AM≅A'M'

Th: $\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'}$

dimostrazione:

consideriamo i triangoli ABC e A'B'C' ;essi hanno

AB≅   per

MB.........

....

allora   sono congruenti per.......

consideriamo ora i triangoli ABC e A'B'C'; essi hanno

AB≅......

$\hat{B} \cong \hat{B'}$ prima dimostrato

allora.......

ORA TOCCA A TE…

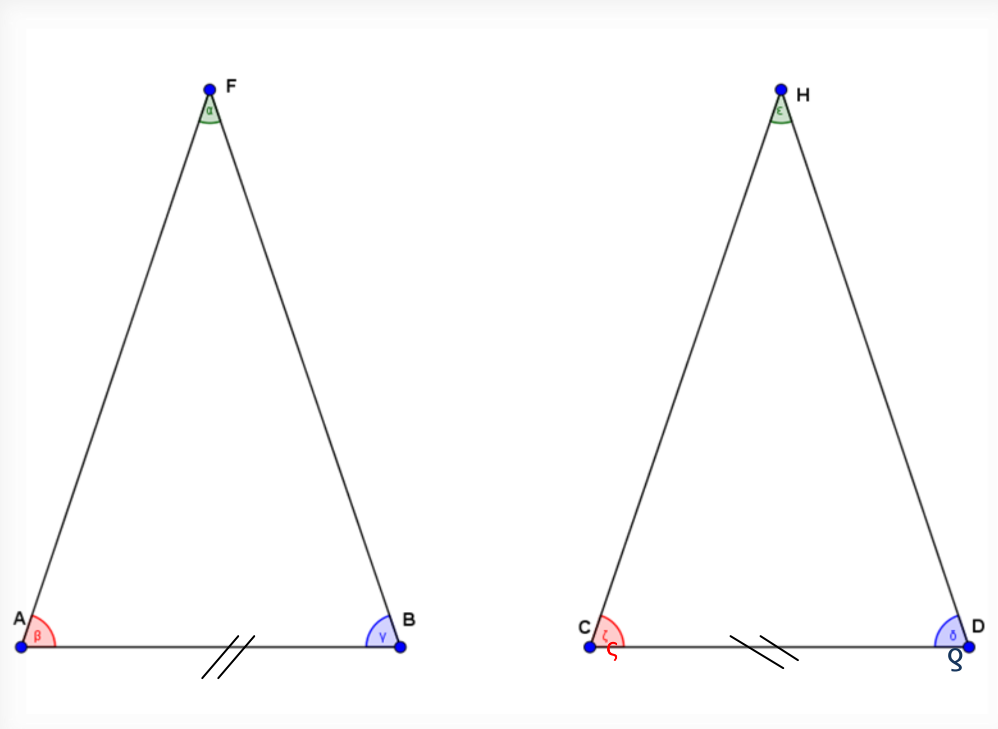
1) Disegna il triangolo isoscele ABC di base BC. Internamente al triangolo prendi un punto D in modo che DC≅ DB Unisci D con A, con B e con C e dimostra che i triangoli DAC e DAB sono congruenti.

2) Dato il triangolo *ABC* sia *D* un punto di *AB*. Si costruisca dalla parte opposta di *AB* un triangolo *ABC’* tale che AC≅AC’ e CD≅DC’. Dimostra che i triangoli *ABC* e *ABC’*sono congruenti.

IL TRIANGOLO ISOSCELE

PROBLEMA SVOLTO

Dimostra che due triangoli isosceli sono congruenti se hanno la base e un angolo alla base congruenti.



Hp:

$\overset{\Delta}{ABC}$ isoscele

$\overset{\Delta}{CDH}$ isoscele

$AB \cong CD$

$\beta \cong ς$

Th:

$\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{CDH}$

Per riuscire a risolvere meglio il problema, disegna correttamente la figura e ricorda di segnare gli elementi tra loro congruenti.

Dimostrazione:

$\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{CDH}$ $\begin{cases} \beta \cong \gamma \cong ς \cong ϱ \text{ per Hp} \\ AB \cong CD \text{ per Hp} \end{cases}$

$\Longrightarrow$ $\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{CDH}$ per il 2° criterio di congruenza dei triangoli

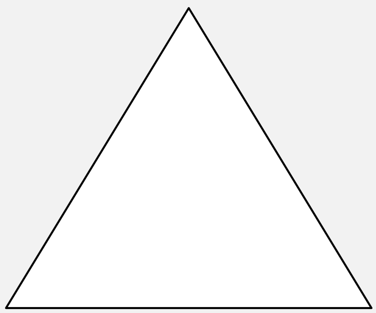
(N.B. I quattro angoli sono congruenti perché per ipotesi i triangoli sono isosceli quindi gli angoli alla base sono congruenti.)

Ora tocca a te ...

Nel triangolo isoscele ABC prolunga la base AB di due segmenti congruenti AD e BE.

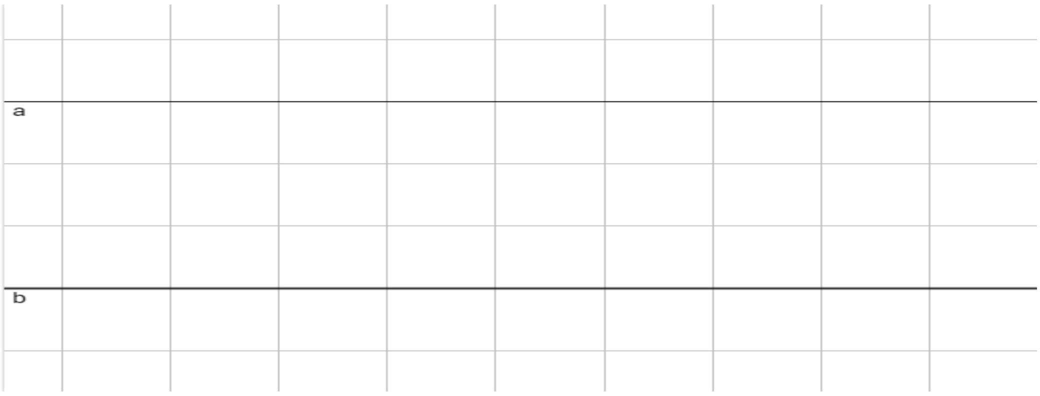
Dimostra che DCE è isoscele.

Ora completa la figura ed esegui la dimostrazione.



RETTE PARALLELE

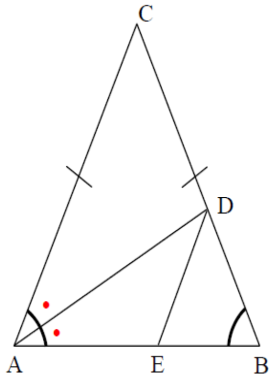
$$a//b$$



La geometria è alla base della conoscenza del mondo..

Problema svolto

Dato un triangolo isoscele ABC, di base AB, traccia la bisettrice dell'angolo A e dal punto D di intersezione di questa con il lato BC manda la parallela al lato AC che incontri AB in E.
Dimostra che: AE ≅ DE≅ DB.

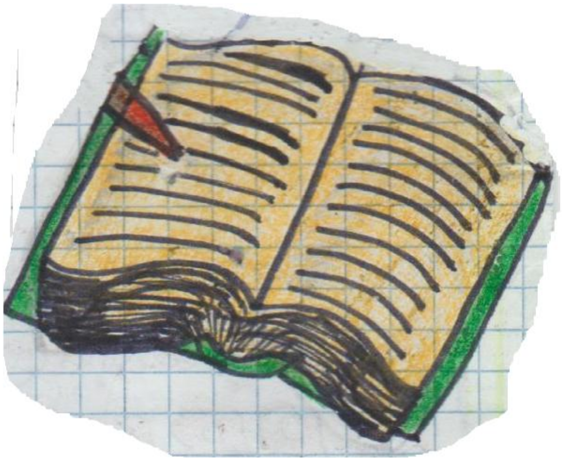


Hp. $\begin{cases} AC \cong BC \\ B\hat{A}D \cong C\hat{A}D \\ DE \parallel AC \end{cases}$

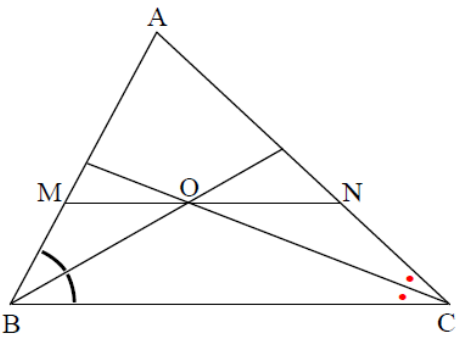
Th.: $AE \cong DE \cong DB$

Dimostrazione:
osserviamo che
$A\hat{D}E \cong C\hat{A}D$ perché angoli alterni interni formati dalle parallele DE e AC tagliate dalla trasversale AD
ma essendo
$C\hat{A}D \cong D\hat{A}E$ per ipotesi,
si ha,per la proprietà transitiva della congruenza,che
$A\hat{D}E \cong D\hat{A}E$
Per cui il triangolo ADE è isoscele sulla base AD e quindi
AE≅DE
Inoltre
$B\hat{E}D \cong B\hat{A}C$ perché angoli corrispondenti rispetto alle parallele DE e AC tagliate dalla trasversale AB
e poiché
$B\hat{A}C \cong A\hat{B}C$ perché angoli alla base di un triangolo isoscele
si ha
$B\hat{E}D \cong A\hat{B}C$ per la proprietà transitiva della congruenza e quindi
DE≅DB ne segue che
AE≅DE≅DB.

PROBLEMA GUIDATO



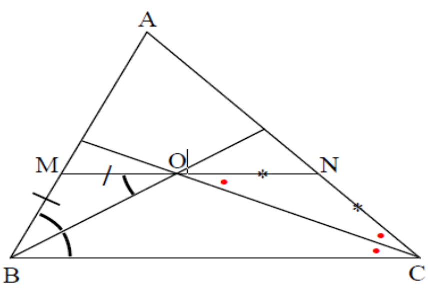
Dato un triangolo ABC, conduci le bisettrici degli angoli B e C e, dal loro punto O di intersezione, traccia la parallela al lato BC. Detti M ed N i punti di incontro rispettivamente con i lati AB e AC, dimostra che: MN ≅ BM + CN.



$$\text{Hp.}\begin{cases} A\hat{B}O \cong C\hat{B}O \\ A\hat{C}O \cong B\hat{C}O \\ MN \parallel BC \end{cases}$$

Th.: $MN \cong BM + CN$

Dimostrazione:
…………………
……………….
Alla fine avrai



ORA TOCCA A TE…

1)Dato un triangolo isoscele MNP, da un punto Q della base MN conduci la parallela al lato PN che incontra PM in R. Dimostra che il triangolo MQR è isoscele.

2)Dato un triangolo ABC, conduci dal vertice B la parallela alla bisettrice dell'angolo in A e sia D il punto d'intersezione di tale parallela con il prolungamento del lato AC.
Dimostra che $AB \cong AD$.

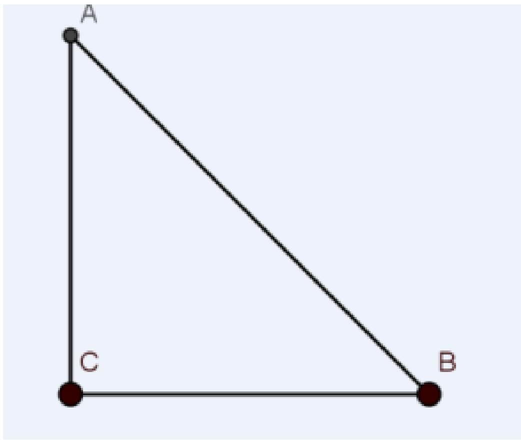
3)Prolunga i lati AB e AC di un triangolo ABC oltre B e C. Traccia le bisettrici degli angoli esterni così ottenuti e indica con F il loro punto d'intersezione. Manda da F la parallela al lato BC e siano D ed E i punti di intersezione, rispettivamente, con le rette dei lati AB e AC.
Dimostra che $DE \cong BD + CE$.

4) La bisettrice AD di un triangolo ABC è tale che $AD \cong DC$. Manda da D la parallela ad AC e da B la parallela ad AD e indica con E il punto di intersezione di tali parallele.
Dimostra che il triangolo BDE è isoscele.

LA SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI DI UN TRIANGOLO

PROBLEMA GUIDATO

In un triangolo isoscele gli angoli alla base sono congruenti alla metà dell'angolo al vertice. Dimostra che il triangolo è rettangolo e determina l'ampiezza degli angoli alla base.



Hp

ABC triangolo isoscele, $\hat{A} \cong \frac{1}{2}\hat{C}$

TH : $A\hat{C}B \cong 90°$

Dimostrazione:

Detta α l'ampiezza dell'angolo al vertice C, l'ampiezza di ciascuno degli angoli alla base è …………. .

Ricordando che la somma degli angoli interni è congruente ………… si ha:

$\alpha + \frac{\alpha}{2} + \ldots = 180° \rightarrow \alpha = \ldots$

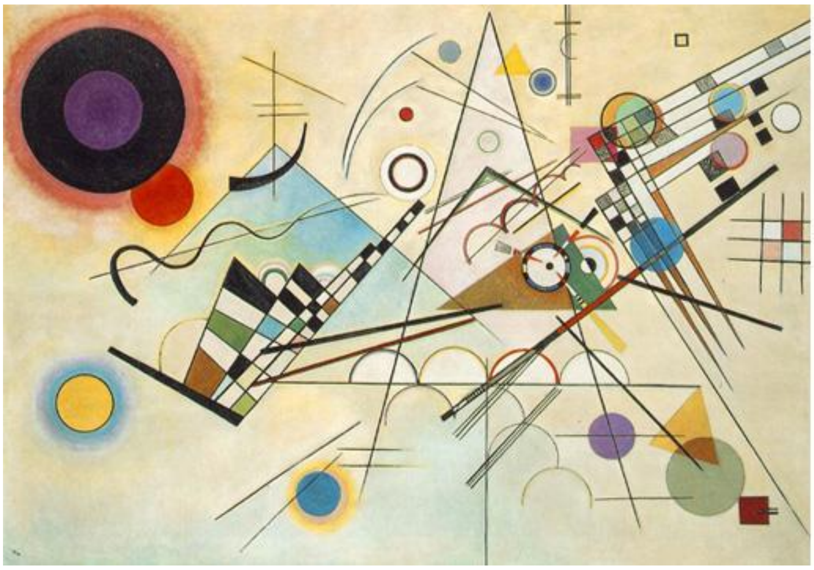
cioè $A\hat{C}B \cong \frac{\pi}{2}$

L'ampiezza di $\widehat{A}$ … $\widehat{B}$ è …

ORA PROVA TU !

Prolunga la base AB del triangolo isoscele ABC del segmento $BD \cong BC$ e congiungi C con D.

Dimostra che l'angolo $A\hat{C}B \cong 180° - 4\alpha$.



Ora esercitati per partecipare alle olimpiadi

1 Nel triangolo ABC le semirette AN e CM sono le bisettrici di $B\widehat{A}C$ e $B\widehat{C}A$ e si intersecano in P. Sapendo che $A\widehat{P}C = 140°$, quanto misura l'angolo in B?

A. 90°

B. 100°

C. 110°

D. 120°

E. 130°

2 Nella figura qui a fianco, quanto misura l'angolo α?

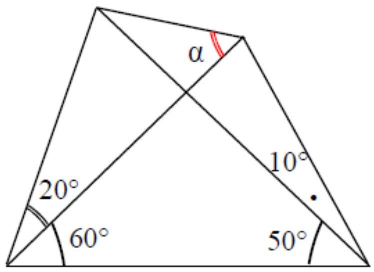
A. 70

B. 75°

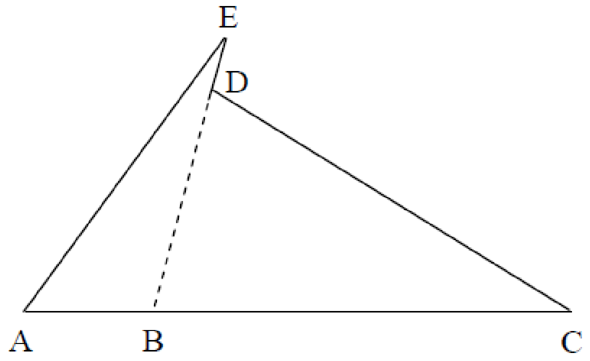
C. 80°

D. 90°

E. Non può essere determinato con i soli dati forniti.

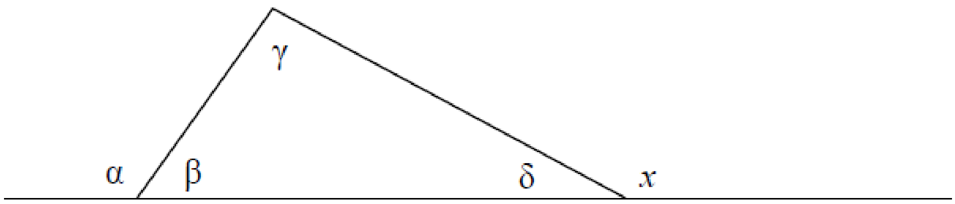


3 Si sa che nella figura seguente $CAE = 60°$, $AEB = 20°$, $ACD = 25°$. I punti E, D e B sono allineati. Qual è la misura di BDC ?



A. 75° B. 85° C. 90° D. 105° E. Le informazioni sono insufficienti.

4 Quanto vale l'angolo x in figura ?



A. $180° - \alpha + \gamma$

B. $180° - \beta + \gamma$

C. $\alpha + \delta$

D. $\beta + \delta$

E. $180° - \delta - \gamma$

PROBLEMI ALGEBRICI

NUMERICI

GEOMETRICI

Ognuno è un genio. Ma se giudichiamo un pesce dalla sua capacità di scalare un albero, passerà la sua intera vita a sentirsi stupido. -Albert Einstein

Lavoro realizzato dagli studenti della 2ªB:

Confaloni Alessia
Palmulli Nicholas
Giaimo Sofia
Rossi Gabriele
Mela Massabò Alice
Yu Denis

PROBLEMI NUMERICI

In questi problemi bisogna trovare un numero attraverso le relazioni delle cifre di esso, che a loro volta saranno legati anche da un'equazione adatta al risolvimento del problema…

VEDIAMO QUALCHE ESEMPIO

1) In un numero di due cifre la cifra delle decine supera di 2 il do ppio della cifra delle unità. Scambiando le cifre fra loro si ottiene un numero inferiore di 36 al numero dato. Trovare il numero.

Cerchiamo di comprendere il testo e sintetizzarlo. Se la prima volta non si riesce rileggiamo il testo più volte.

Per indicare un numero sapendo la cifra delle unità, decine, centinaia, migliaia, moltiplichiamo per 1 la cifra delle unità, per 10 la cifra delle decine, per 100la cifra delle centinaia, e così via…. Poi si sommano i numeri . Questa si chiama scrittura polinomiale di un numero N

N= 1U+10D+100C+1000M+….

DATI

DECINE = 2UNITÀ + 2

10 DECINE + UNITÀ = 10 UNITÀ + DECINE + 36

NUMERO = ?

In termini linguistici	In termini matematici
Poniamo l'incognita ad un dato che non conosciamo. In questo caso scegliamo le unità	Unità = x
Sostituiamo gli altri dati in funzione di x	Decine = 2x + 2
Assembliamo tutto in un'equazione	10(2x+2) + x = 10x + 2x + 2 + 36
Risolviamo l'equazione	x=2>>>Unità=2
Sostituiamo i dati che non conosciamo con il valore di x	Decine = 2x+2 Decine = 2·2+2 =6
Poi troviamo ciò che ci chiede il problema	Numero = 10 decine + unità Numero = 60 + 2 = 62

2) Il rapporto di due numeri è 2/3; dividendo la loro somma per 10 si ottiene lo stesso risultato che sottraendo 15 dal minore. Trovare i due numeri.

DATI

NUMERO1/NUMERO2 = $\frac{2}{3}$>>>NUMERO1 = $\frac{2}{3}$NUMERO2

(NUMERO1 + NUMERO 2)/10 = NUMERO1 – 15

NUMERO1 = ?

NUMERO2 = ?

Il numero1 è più piccolo del numero2 perché è i 2/3 del numero2

In termini linguistici	In termini matematici
Poniamo l'incognita ad un dato che non conosciamo. Vi mostriamo tutti i modi per svolgere il problema	1) Numero1 = x 2) Numero2 = x
Sostituiamo gli altri dati in funzione di x	1) Numero2 = $\frac{3}{2}x$ 2) Numero1 = $\frac{2}{3}x$
Poi assembliamo tutto in un'equazione	1) $\frac{x+\frac{3}{2}x}{10} = x - 15$ 2) $\frac{\frac{2}{3}x+x}{10} = \frac{2}{3}x - 15$
Risolviamo l'equazione	1) X = 20 2) X = 30
Sostituiamo i dati che non conosciamo con il valore di x	1) Numero2 = $\frac{3}{2}\cdot 20 = 30$ 2) Numero 1 = $\frac{2}{3}\cdot 30 = 20$
Poi troviamo ciò che ci chiede il problema	Numero 1 = 20 Numero 2 = 30

3) Due numeri si differiscono di 5; dividendo la loro somma per 6 si ottiene come quoziente 4 e come resto 1. Trovare i due numeri.

DATI

NUMERO1 = NUMERO2 + 5

(NUMERO1 + NUMERO2)/6 = 4 + 1/6

NUMERO1 = ?

NUMERO2 = ?

RICORDA !

ALGORITMO EUCLIDEO:

DIVIDENDO=DIVISORE · QUOZIENTE+RESTO

In termini linguistici	**In termini matematici**
Poniamo l'incognita ad un doto che non conosciamo. In questo caso scegliamo il numero2	Numero2 = x
Sostituiamo gli altri dati in funzione di x	Numero1 = x + 5
Poi assembliamo tutto in un'equazione utilizzando l'algoritmo Euclideo Numero1+Numero2:dividendo 6: divisore; 4:quoziente;1 :resto	$x + (x + 5) = 6 \cdot 4 + 1$
Risolviamo l'equazione	$2x = 20$ $x = 10$
Sostituiamo i dati che non conosciamo col valore di x	Numero1 = 10 + 5 = 15
Poi troviamo ciò che ci chiede il problema	Numero1 = 15 Numero2 = 10

ORA TOCCA A TE!!!

1. (semiguidato) Determina due numeri, sapendo che la loro differenza è 29 e che sottraendo al triplo del minore i $\frac{6}{7}$ del maggiore ottieni 48 [34; 63]

essendo n.1-n.2=29, diamo l'incognita a n.1… n.1=x n.2=x+29
da questo comprendiamo che n.2 è il numero maggiore e n.1 il minore…
Ora scriviamo l'equazione… (TOCCA A TE!)

2. Trova quel numero di due cifre che ha la cifra delle decine che è il doppio di quella delle unità ed è tale che la somma tra la cifra delle decine e quella delle unità vale 12.(*unità=x ; decine=2x…)* [84]

3. La somma del doppio di un numero con il doppio del suo successivo, diminuita del numero stesso, vale 5. Qual è il numero? [1]

(numero =x; succesivo=x+1…scrivi l'equazione: x+2(…..)-…..=….

4. La metà di un numero aumentata della sua terza parte è uguale a un quarto del numero aumentato di 21. Qual è il numero? [36]

(x/2+ …..=…….+ 21)

5. Trovare due numeri consecutivi sapendo che la somma della metà del minore col doppio del maggiore è 27(*n1=x;n2=x+1*) [10; 11]

6. Dividi 189 in due parti in modo che la differenza tra la metà della prima parte e i $\frac{5}{9}$ della seconda sia uguale all'opposto di 67*.(sugg. p1=x; p2=189-x)*

[36; 153]

7. La differenza dei quadrati di due numeri dispari consecutivi è uguale a 96. Trova i due numeri.

(*suggerimento: n1=x; n2=x+2)* [23; 25]

PROBLEMI DELLA REALTA'

ESEMPIO GUIDATO:

Una libreria vende i $\frac{2}{3}$ dei libri che ha. Alla chiusura, in negozio rimangono solo 264 libri.
QUANTI LIBRI C'ERANO INIZIALMENTE?

- ✓ *Scriviamo i dati in modo ordinato scegliendo un'incognita x in modo da impostare il problema*

DATI

libri venduti=$\frac{2}{3}$(libri totali)
libri rimasti=264
libri totali=?

SCEGLIERE L'INCOGNITA:
attribuiamo l'incognita al dato di cui non sappiamo niente SCELGO I LIBRI TOTALI

↓

x=libri totali
$\frac{2}{3}$x=libri venduti
libri 264=libri rimasti

NOTO CHE:
i libri rimasti sono la differenza tra i libri totali e i venduti (libri tot-libri venduti=libri rimasti)

↓

OTTENIAMO L'EQUAZIONE

$x - \frac{2}{3}x = 264$

N.B.: spostare i termini con l'incognita a sinistra quelli senza incognita a destra quando non è così

↓

$$\frac{3x - 2x = 792}{3}$$

Facciamo il minimo comune multiplo (3)

Moltiplichiamo tutti i termini per questo stesso poi eliminiamo il denominatore

↓

$3x - 2x = 792$

Sommiamo i termini simili

$x = 792$

IL TOTALE DEI LIBRI È 792!

VEDIAMO ALTRI ESEMPI:

I pezzi di un puzzle sono posizionati per metà da Giulio, per un quinto da Marco e Fabrizio in parti uguali, mentre Michele sistema solo i 90 pezzi della cornice. Quanti pezzi posiziona Marco? [30]

Il procedimento è lo stesso: leggere bene le informazioni e scegliere l'incognita!

In questo caso possiamo associare all'incognita il totale dei pezzi non sapendo il numero

In termini linguistici	In termini matematici
Sistemiamo tutti i dati in funzione dell'incognita, a meno che non siano termini noti (come in questo caso i 90 pezzi)	Pezzi totali= x Pezzi Giulio=$\frac{1}{2}x$ Pezzi Marco + Fabrizio=$\frac{1}{5}x$ Pezzi Michele=90
Scriviamo l'equazione Pz.tot=pz(giulio)+pz(marco e fabrizio)+pz(michele)	$x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}x + 90$
Ora risolviamo l'equazione Il totale dei pezzi è 300	$\frac{10x=2x+5x+900}{10}$ $3x = 900$ $x = 300$
Utilizziamo l'informazione appena ricevuta per risolvere il problema: Marco e Fabrizio hanno posizionato 60 pezzi, quindi solo Marco ne ha posizionati la metà, cioè 30 pezzi.	Pz(Marco e Fabrizio)=$\frac{1}{5}(900)$=60 Pz(Marco)=60/2=**30**

ORA TOCCA A TE…! Ti aiutiamo un po'…

1) Una bottiglia insieme al tappo costa €1,10. La bottiglia costa €1 più del tappo. Quanto costa la bottiglia? [€1,05] *bottiglia + tappo=€1,10 tappo=x bottiglia=x+1* ***Risolvi usando i dati offerti!***

2) In un parcheggio ci sono scooter e automobili: le ruote sono 94 e in tutto ci sono 36 veicoli, calcola il numero degli scooter e delle auto. [25;11]

(*scooter =x; auto =36-x… esprimi il numero totale delle ruote e uguaglialo a 94)*

3) Una macchina produce 32 pezzi all'ora e un'altra ne produce 40. Oggi le macchine hanno lavorato complessivamente per 18 ore e hanno prodotto 640 pezzi. Quante ore ha lavorato ciascuna macchina e quanti pezzi ha prodotto [*ore di lavoro macchina 1 =x,ore i lavoro macchina 2= 18-x.. esprimi la quantità di pezzi prodotti in funzione delle x ore]* [10, 320; 8;320]

4) In una gabbia contenente polli e conigli si contano 30 teste e 70 zampe. Quanti sono i polli e quanti i conigli? [25;5]

(*come le ruote di scooter e auto…conta le zampe e le teste , polli =x; conigli= 30 -…; 2x+ …..(30-….)=70)*

5) Due scoiattoli si incontrano dopo aver raccolto noci. Il primo dice:" se tu mi dai una noce, ne abbiamo lo stesso numero", l'altro risponde:" se invece tu ne dai una a me, io ne ho il doppio delle tue". Quante noci ha ciascuno scoiattolo? [5;7]

[si capisce che il secondo scoiattolo(s2) ha due noci in meno del primo(s1)…s1=x; s2=x-2 ..come traduci la seconda informazione? S1+1=2 (s2)…dunque l'equazione è x+1=2(x-2)…]

6) Dobbiamo ripartire la somma di 2000 euro fra tre persone, in modo che la prima abbia 100 euro più della seconda e la seconda 200 euro più della terza. Trova le tre somme. *(facile!!! Prova da solo)*

[800;700;500]

7)Un albergo ha a disposizione 20 camere da 2 o 4 posti . se i posti letto sono 62, quante camere sono da 2 e quante da 4? [9,11]

[c2=x; c4=? 20-……; tot posti letto=62= 2(c2)+4(c4)….metti x e risolvi!]

8) In una classe metà degli allievi preferisce la matematica, un quarto italiano e 1/7 inglese , mentre 3 alunni preferiscono attività sportive . Quanti sono gli allievi?

[*sugg. Numero allievi=x ; equazione x= x/2+ x/4+…]*

[28]

PROBLEMI DI ETA'

Per iniziare a capire il metodo di svolgimento da utilizzare in questi problemi, ti presentiamo un esempio:

1. **La somma delle età di Sara, Elisa e Silvia è 45. Sapendo che Sara ha 3 anni in più di Elisa e che Silvia ha i $\frac{2}{3}$ degli anni di Sara, determina le loro età.**

In termini linguistici	In termini matematici
Indichiamo con *x* l'età di Sara; Elisa, avendo 3 anni in meno di *x*, sarà *x-3*; Silvia, che ha i $\frac{2}{3}$ degli anni di *x*, sarà $\frac{2}{3}x$; La somma delle loro età è 45.	Sara = x Elisa = x-3 Silvia = $\frac{2}{3}$x
Risoluzione: Impostiamo l'equazione… $[x] + [x-3] + \left[\frac{2}{3}x\right] = 45$ ↓ ↓ ↓ Sara Elisa Silvia …ora la risolviamo.	$x + x - 3 + \frac{2}{3}x = 45$ $2x + \frac{2}{3}x = 45 + 3$ $\cancel{\frac{8}{3}}x = \cancel{48}^{6} \cdot \frac{3}{\cancel{8}}$ $x = 18$
Sappiamo dunque che l'età di Sara è 18 anni. Perciò sostituiamo: • Elisa = x-3 ⟶ 18 – 3 = **15** • Silvia = $\frac{2}{3}$x ⟶ $\frac{2}{\cancel{3}} \cdot \cancel{18}^{6} = 12$	x = 18 ⟶ Sara x-3 = 15 ⟶ Elisa $\frac{2}{3}$x = 12 ⟶ Silvia

Ora ti aiutiamo a risolvere un altro problema dandoti la giusta impostazione e lasciando a te la risoluzione.

2. **Il signor Rossi ha 2 anni di più della signora Rossi. 5 anni fa la somma delle loro età era 44. Quali sono le loro età?**

IMPOSTAZIONE:

Indichiamo con x l'età del signor Rossi.
La signora Rossi, avendo 2 anni in meno di x, sarà x-2.
Sappiamo che 5 anni fa la somma delle loro età era 44, perciò bisogna diminuire le rispettive età di 5.

...ora continua tu!!!
[23 ; 21]

Continua ad esercitarti…

3. **L'età di un padre è tripla di quella del figlio, mentre 8 anni fa era il quintuplo di quella del figlio. Determina l'età del padre e del figlio.**

[16 ; 48]

4. **L'Età media di padre, madre e figlia è di 30 anni. L'età del padre supera di 4 anni quella della madre e fra 4 anni la figlia sarà maggiorenne. Quali sono le età di padre, madre e figlia?**

¡ Ricorda l'operazione per fare la media aritmetica !

[14 ; 36 ; 40]

5. **Maria oggi ha 5 volte l'età di Giovanni. 85 anni fa Maria aveva 10 volte l'età di Giovanni. Quanti anni ha oggi Giovanni?**
[153]

Ti presentiamo una tipologia di problemi diversa:

6. **Nel giorno del suo compleanno Mario annuncia: “Da oggi non fumo più! Nel primo quinto della mia vita non ho fumato; per i successivi $\frac{2}{3}$ ho fumato sigarette e da 10 anni fumo la pipa.” Quanti anni compie Mario?**

IMPOSTAZIONE:

Vita di Mario = ***x*** **…** impostiamo e risolviamo l’equazione.	$\frac{1}{5}x + \frac{2}{3}x + 10 = x$ $\frac{\cancel{2}}{\cancel{15}}x = \cancel{10}^{5} \cdot \frac{15}{\cancel{2}}$ $x = 75$

¡Curiosità storica!

Diofanto

Diofanto (III sec. d.C.), matematico greco, vissuto ad Alessandria d'Egitto, detto il padre dell'algebra. Ebbe grande influenza sul pensiero algebrico arabo, e può considerarsi il fondatore del ramo dell'analisi che prende il nome di analisi diofantea. Per primo adottò sistematicamente l'uso del segno meno, e i simboli per indicare le incognite e le potenze. Celebre è la sua opera Aritmetica, di cui ci sono pervenuti soltanto i primi sei dei tredici libri che la componevano, e che contiene una raccolta di problemi risolvibili con equazioni di secondo e occasionalmente di terzo grado. Altro non sappiamo della sua vita; l'unica traccia è rappresentata da un indovinello in una raccolta di problemi, databile al V o VI secolo, nota come l'Antologia greca:

In questa tomba giace Diofanto. Ah grande prodigio. La tomba dice in modo scientifico la misura della sua vita, e trascorso un altro dodicesimo, egli si coperse le guance di peluria; dopo un altro settimo della sua vita egli si accese la fiaccola del matrimonio, e cinque anni dopo il matrimonio gli fu concesso un figlio. Purtroppo questo bambino nato dopo tanto tempo fu sfortunato: dopo aver raggiunto metà della vita di suo padre, fu portato via da un destino crudele. Dopo aver consolato il proprio dolore con la scienza dei numeri per quattro anni, Diofanto terminò la sua vita. **Quanti anni visse Diofanto? E suo figlio?**

Traduci e formalizza l'indovinello in una equazione di primo grado e avrai le risposte che cerchi!

Diofanto di Alessandria

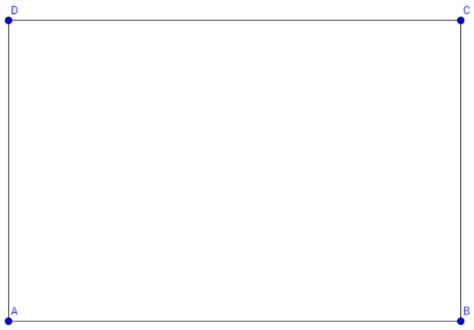
PROBLEMI DI GEOMETRIA PIANA

*Adesso vediamo più in particolare i problemi di **geometria piana**.*

*Per svolgere questi problemi bisogna avere una conoscenza dei teoremi e delle varie proprietà delle figure… **quindi prima di cominciare**, **è meglio dare un'occhiata indietro**!*

Esaminiamo insieme qualche esercizio…

1. **L'altezza di un rettangolo è i $\frac{2}{3}$ della base più 8 cm e i $\frac{5}{4}$ della somma della base con la metà dell'altezza è 20 cm. Calcola la misura dei lati del rettangolo.**



Dati

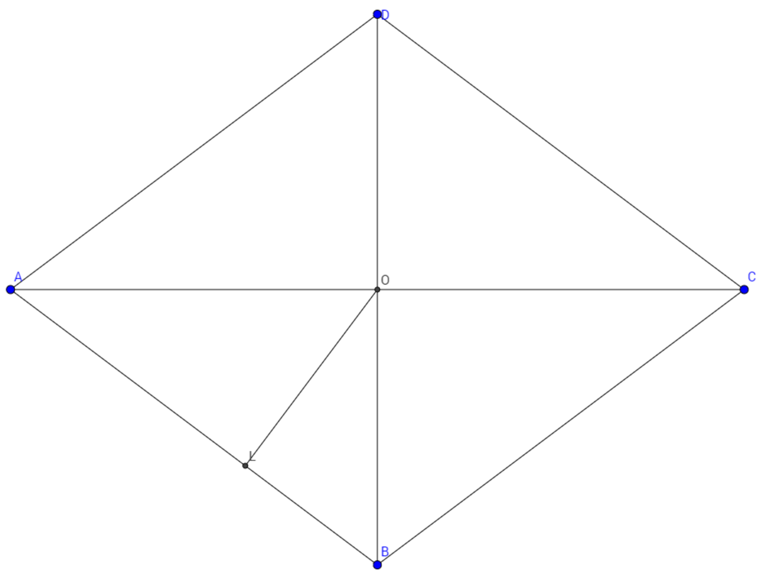
AD=$\frac{2}{3}$AB+8

$\frac{5}{4}$(AB+$\frac{1}{2}$AD)=20

?= AB ; AD

In termini linguistici	In termini matematici
Indichiamo con x la base del rettangolo; L'altezza sarà quindi: $\frac{2}{3}$x+8	AB=x AD=$\frac{2}{3}$x+8
L'equazione nei dati così diventa: $\frac{5}{4}[x+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x+8\right)]=20$ Risolviamola!	$\frac{5}{4}[x+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x+8\right)]=20$ $\frac{5}{4}\left[x+\frac{1}{3}x+4\right]=20$ $\frac{5}{4}\left[\frac{4}{3}x+4\right]=20$ $\frac{5}{3}x+5=20$ $\frac{5x=45}{\cancel{3}}$ $x=9$
Di conseguenza AB=x=9, perciò AD sarà: $\frac{2}{3}\cdot 9+8=14$	**AB=9** AD=$\frac{2}{\cancel{3}}\cdot\cancel{9}^{3}+8$ AD=$6+8$ **AD=14**

2. Un rombo ha perimetro a 40 cm, diagonale minore di 12 cm. Conduci dal centro O la perpendicolare OL al lato AB. Calcola l'area del rombo e la lunghezza di AL, LB, OL.



DATI

2P = 40 cm

DB = 12 cm

OL perpendicolare ad AB

AREA = ?

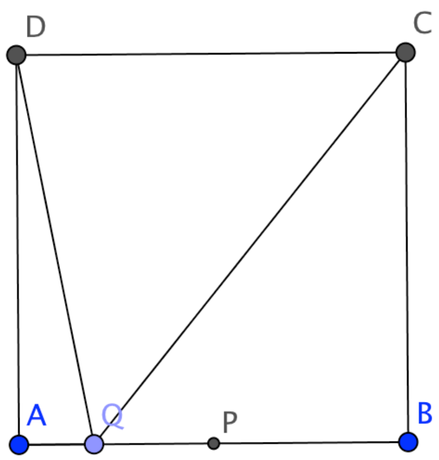
AL = ?

LB = ?

OL = ?

In termini linguistici	In termini matematici
Il rombo ha tutti i lati congruenti	AB = BC = CD = AD
Per trovare il lato dobbiamo dividere il perimetro per quattro	AB = 2p/4 AB = 40/4 = 10 cm
Per trovare l'area ci servono le diagonali	A = $\frac{AC \cdot DB}{2}$
Applichiamo il teorema di Pitagora nel triangolo AOB per trovare la diagonale mancante	AO = $\sqrt{AB^2 - (\frac{DB}{2})^2}$ AO =$\sqrt{100 - 36}$= 8 cm AC = 2AO = 16 cm
Ora che abbiamo le diagonali possiamo trovare l'area	A = $\frac{AC \cdot DB}{2}$ A = $\frac{16 \cdot 12}{2}$= $96\ \mathrm{cm}^2$
Per trovare gli altri lati che ci chiede il problema dobbiamo porre l'incognita su un lato. In questo caso scegliamo OL come x	OL = x A(AOB)=$\frac{\mathrm{A(ABCD)}}{4} = 24\mathrm{cm}^2$ A(AOB)=$\frac{AB \cdot OL}{2}$>>>$\frac{10x}{2} = 24$ x=4,8>>>OL=4,8cm
Per trovare AL applichiamo il teorema di Pitagora	AL =$\sqrt{AO^2 - OL^2}$ AL =$\sqrt{64 - 23{,}04}$ = 6,4 cm
LB è la differenza tra AB e AL	LB = AB – AL = 10 – 6,4 = 3,6 cm

3.In un quadrato ABCD di lato 4 m, sia P il punto medio di AB, determina su AP un punto Q tale che : QC^2 - QD^2 = 8 m^2 [……]



DATI

AB=4 m

AP=PB= 2m

Q $\in$ AP

$QC^2 - QD^2 = 8\,\mathrm{m}^2$

AQ=???

In termini linguistici	In termini matematici
Il quadrato ha tutti i lati congruenti	AB = BC = CD = AD
P è il punto medio di AB	AP=PB=2cm
Fissiamo il punto Q su AP e poniamo	AQ=x ; con 0<x<2
Ricaviamo QD^2 e QC^2 con il teorema di Pitagora applicato ai triangoli AQD e QCB	$QD^2 = AD^2 + AQ^2 = 16 + x^2$ $QC^2 = QB^2 + CB^2 = (4-x)^2 + 16 =$ $.. = x^2 - 8x + 32$
Ora li inseriamo nell'equazione $QC^2 - QD^2 = 8$ e ricaviamo x	$(x^2 - 8x + 32) - \left(16 + x^2\right) = 8$
Risolviamo l'equazione	$-8x + 16 = 8 \rightarrow x = 1$
La posizione del punto Q è determinata	AQ=1 m (punto medio di AP!))

ORA TOCCA A TE!

1.Il perimetro di un triangolo è 580cm. Determina la lunghezza dei tre lati, sapendo che: la lunghezza del lato minore è uguale ai 7/13 del suo lato maggiore; la lunghezza del terzo lato supera di 60 cm la differenza tra la lunghezza del lato maggiore e del lato minore. [140,180,260]

[*raffigura il triangolo e trascrivi i dati, chi è l lato incognito ? quello di cui non sai nulla! Cioè il lato maggiore…. Ricava gli altri due lati e componi l'equazione con il perimetro]*

2. In un triangolo isoscele il lato supera di 3 m la metà della base e il perimetro è 26 m. Trova i lati del triangolo e la sua area. [8, 10, 10, …..]

3. Un rettangolo ha base 4/5 della diagonale e perimetro 70 cm. Determina l'area. *(sugg. Ricorda la terna pitagorica 3,4,5 … Diagonale=x; base=4/5 x ; altezza=3/5 x)* [300 cm^2]

4.Calcola la misura della corda di una circonferenza sapendo che la sua distanza dal centro è 2/5 del diametro che la somma di queste due misure è 126 cm. [*non disegnare un diametro qualunque , ma ricorda che è la somma di due raggi….; Corda AB, centro O , raggi OA e OB … lo vedi il triangolo AOB? È ….., dunque la distanza della corda dal centro OH è altezza, …….. e bisettrice… se x è il diametro ,qual è l'quazione? E la corda?* [54 cm]

5.Un quadrilatero ABCD ha area di 65 m^2. La diagonale AC lo divide in due triangoli tali che ABC è 4/9 di ADC. Trova le superfici dei due triangoli.

(*sugg. Area ADC=x; area ABC=…x;)* [45 m^2; 20 $m.^2$]

6.In un rettangolo si sa che dividendo la misura della diagonale per la misura della base si ottiene 3 come quoziente e 4 come resto, inoltre i 3/7 della base più 1/5 della diagonale dà 8m. Trova l'area del rettangolo. [168 m^2]

(sugg. Vedi problema n. 3 numerico)

7.In un triangolo isoscele il semiperimetro è 18 m, l'altezza è 6 m. calcola l'area del triangolo . [48m^2]

(*Sugg. Lato=x; base/2= 18-x , utilizza il Teorema di Pitgora per trovare x)*

LE SCOMPOSIZIONI

La matematica è il GIOCO più bello del MONDO.

Assorbe più degli scacchi, scommette più del poker e dura più del Monopoli.

È gratuita e può essere giocata ovunque.

Richard J. Trudeau

Realizzato dagli studenti della classe 2°A:

Beatrice Dantimi, Giulia Majerczyk,

Sophia Pallocchi, Wenrui Ying.

SCOMPOSIZIONI DI POLINOMI

Scomporre un polinomio significa trasformarlo in un prodotto di due o più polinomi. Non tutti i polinomi sono scomponibili e si parla in questo caso di IRRIDUCIBILI.

Per fare una scomposizione correttamente, la prima cosa che devi fare è guardare quanti e quali termini sono presenti. L'ordine da seguire è:

1) RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE (totale)
2) RACCOGLIMENTO PARZIALE
3) PRODOTTI NOTEVOLI
4) SOMMA E DIFFERENZA DI CUBI
5) TRINOMIO SPECIALE
6) METODO DI RUFFINI

RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE

Per prima cosa bisogna mettere in evidenza il M.C.D. fra la parte numerica e quella letterale del polinomio. Poi bisogna dividere il polinomio di partenza per la parte evidenziata e per finire scrivere il quoziente ottenuto sotto forma di prodotto con la parte isolata.

$$5x^2y - 10xy - 15y^2 =$$
$$= \mathbf{5y}(x^2 - 2x - 3y).$$

$$y(a-c) + 7x(c-a) =$$
$$= y(a-c) + (-\mathbf{1})7x(c-a) =$$
$$= y(a-c) - 7x(-c+a) =$$
$$= (\boldsymbol{a-c})(y-7x).$$

N.B.: si posso raccogliere anche solo parentesi. In questo caso perché siano uguali è necessario modificare il segno moltiplicando per **-1**.

RACCOGLIMENTO PARZIALE

Il concetto è come quello del raccoglimento totale solamente che i monomi si raccolgono due a due, tre a tre e cosi via. Per fare questo perciò è necessario avere un numero pari di monomi.

$x^3 + 2x + x^2y + 2x =$

$= x^2(x + y) + 2(x + y) =$

$= (x + y)(x^2 + 2).$

N.B.: questo raccoglimento è utile se si creano delle parentesi uguali da raccogliere con il totale.

$3 - xy + 6x - 9y - 2x^2y + 3xy^2 =$

$= 3(1 + 2x - 3y) - xy(1 + 2x - 3y) =$

$= (1 + 2x - 3y)(3 - xy).$

COME RICONOSCERE LE SCOMPISIZIONI

Un polinomio può non essere scomponibile tramite un raccoglimento oppure, all'interno delle parentesi che si vengono a creare utilizzandolo, può venir fuori a sua volta un altro polinomio RIDUCIBILE. In queste due situazioni bisogna verificare se vi è un prodotto notevole. Il metodo più veloce è capire quali prodotti notevoli sono possibili con il numero di monomi che abbiamo di fronte e controllare se ce n'è uno.

Se abbiamo:

- 2 MONOMI: Somma per differenza, differenza o somma di cubi;
- 3 MONOMI: Trinomio speciale, quadrato di binomio;
- 4 MONOMI: Cubo di binomio;
- 6 MONOMI: Quadrato di trinomio, raccoglimento parziale

SOMMA PER DIFFERENZA:

Questo prodotto notevole lo si ha quando c'è una moltiplicazione tra la somma e la differenza di due monomi e la sua scomposizione è il quadrato del primo meno il quadrato del secondo.

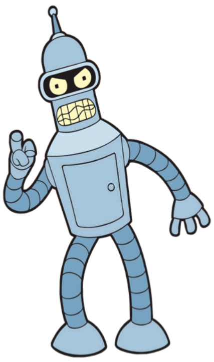
$$\boldsymbol{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$$

ESEMPI

$\boldsymbol{x^2 - 16} = (x + 4)(x - 4)$

$\boldsymbol{(x + 2)^2 - y^2} = \ldots ?\quad (x+2+y)(x+2-y)$

Ricorda : chiediti sempre se si può fare un raccoglimento totale… e poi se si può continuare la scomposizione, come nell'esempio accanto



$18x^3 - 8x = ??$

$= 2x(9x^2 - 4) = ?$

$= 2x(3x+2)(3x-2)$

QUADRATO DI BINOMIO:

$$\boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$$

$16x^4 + 8yx^2 + y^2 =$

$= (4x^2)^2 + 2(4x^2 \cdot y) + (y)^2 = \; = (4x^2 + y)^2$

Per identificarlo dobbiamo perciò riconoscere subito la presenza di due quadrati e poi verificare se il terzo monomio è o meno il doppio del prodotto fra le due basi.

$9a^2 + 15ab + 25b^2 = (3a + 5b)^2$.

$4x^2 + 24xy + 36y = (2x)^2 + 2(2x \cdot 6y) + ?$

N.B.: 36 è il quadrato di 6 ma y non lo è di y: perché sia quadrato di binomio dovrebbe essere y^2.

IL CUBO DI BINOMIO:

La prima cosa da sapere e' che si può fare solo se abbiamo un polinomio di *4 termini*; osserviamo anche che ci devono essere due termini che siano dei cubi e che i segni siano in numero pari (quattro segni positivi, due positivi e due negativi oppure quattro segni negativi). Oltre a questo dobbiamo far caso a un triplo prodotto del primo elemento al quadrato e del secondo e ad un altro triplo prodotto del primo elemento per il secondo elemento al quadrato.

$a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$ due elementi al cubo

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ due tripli prodotti

In questo caso abbiamo tutti i requisiti per scomporre questo polinomio come un cubo di binomio: $\boldsymbol{(a+b)^3}$

Esempio: $\boldsymbol{8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3}$

Nel vedere questo polinomio così potremmo pensare di fare una scomposizione parziale ma attenzione a vedere bene quale scomposizione è opportuna.

Anche in questo caso il polinomio ha tutti i requisiti per essere un cubo.

Abbiamo la presenza di due cubi $(2x)^3$ e $(3y)^3$;

Il triplo prodotto del primo elemento al quadrato per il secondo elemento

$3(2x)^2(3y) =$

$= 3(12x^2y) =$

$= 36x^2y$

e il triplo prodotto del primo elemento per il secondo al quadrato.

$3(2x)(3y)^2 =$

$= 3(18xy^2) =$

$= 54xy^2$

Perciò il polinomio dato è : $(2x + 3y)^3$

QUADRATO DI TRINOMIO:

$$\boldsymbol{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a + b + c)^2}$$

Esempio: $4a^2 + 9b^4 + c^2 + 12ab^2 - 4ac + 6b^2c = (2a + 3b^2 - c)^2$

Per identificarlo dobbiamo perciò riconoscere la presenza di tre quadrati e verificare poi che gli altri tre termini presenti siano i doppi prodotti del primo monomio per il secondo, del primo per il terzo e del secondo per il terzo.

$+9x^2 + y^4 + 4 - 6xy^2 + 12x - 4y^2 = (3x - y^2 + 2)^2.$

ATTENZIONE!

Bisogna prestare molta attenzione ai segni e ricordarsi che i quadrati sono sempre positivi mentre non tutti i prodotti lo sono se anche solo un monomio di partenza è negativo.

SOMMA O DIFFERENZA DI CUBI

Quando si ha una somma o una differenza di cubi bisogna impostare una parentesi con le basi dei due monomi e moltiplicarla per una seconda parentesi contenente il quadrato del primo, l'opposto del prodotto e il quadrato del secondo

Somma di cubi: $(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$8x^3 + 27 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$

Differenza di cubi: $(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$$y^3 - \frac{1}{27}x^3 = \left(y - \frac{1}{3}x\right)\left(y^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}x^2\right)$$

$\left(x^6 - y^6\right) = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3)....$ come somma per differenza …ma non finisce qui!

$$= (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

ORA SONO TUTTI IRRIDUCIBILI!

TRINOMIO SPECIALE:

Il trinomio speciale si applica ad un polinomio di secondo grado con tre termini. Il monomio di secondo grado ha come coefficiente 1 mentre il termine di primo grado ha come coefficiente la somma di due numeri il quale prodotto è il termine noto.

$x^2 - 9x + 8 =$

$= (x-1)(x-8)$

$x^2 + x - 20 =$

$= (x+5)(x-4)$

N.B.: qui si scompone il coefficiente del termine di primo grado nei due numeri che come somma danno -9 e come prodotto $+8$.

TRINOMIO SPECIALE (con il coefficiente del termine di secondo grado diverso da 1):

In questo caso devo trovare due numeri la cui somma sia uguale al coefficiente del termine di primo grado e il cui prodotto sia uguale al coefficiente del temine di secondo grado moltiplicato per il termine noto:

$SOMMA: 9$

$PRODOTTO: 2 \cdot 7 = 14$

$2x^2 + 9x + 7 =$

$= 2x^2 + 7x + 2x + 7 =$

$= 2x(x+1) + 7(x+1) =$

$= (x+1)(2x+7).$

METODO DI RUFFINI

Se non possiamo utilizzare nessun metodo spiegato in precedenza utilizziamo Ruffini. Questo metodo lo possiamo usare con polinomi di qualsiasi grado.

La prima cosa che bisogna fare è trovare “lo zero” del polinomio: il valore di x per il quale la somma dei monomi è 0. Questo valore lo si trova tra i divisori del termine noto sia positivi che negativi. Ricorda di ordinare il polinomio prima di procedere **!!!**

ES $\quad x^6 + x^2 - 3x^5 - 2x - 3 =$

$= x^6 - 3x^5 + x^2 - 2x - 3.$

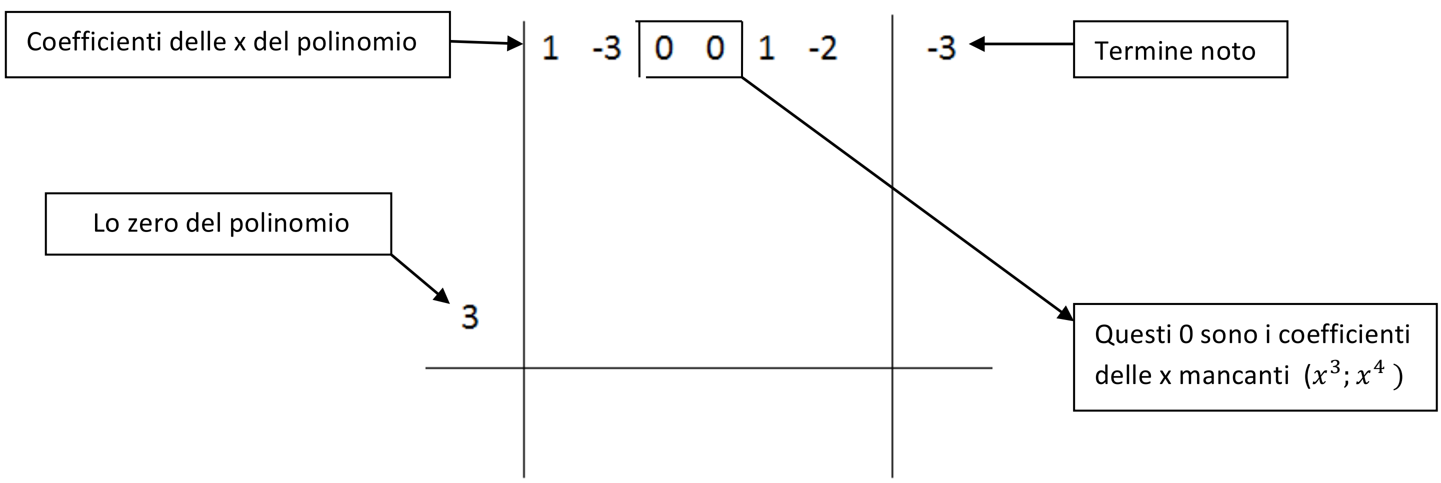
In questo caso i divisori possibili sono: 1; -1; 3;-3.

Supponiamo x = 1 : $1^6 - 3 \cdot 1^5 + 1^2 - 3 = -4$ NO!

x=-1 : $(-1)^6 - 3 \cdot (-1)^5 + (-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 = 4$ NO!

x=3 : $3^6 - 3 \cdot 3^5 + 3^2 - 2 \cdot 3 - 3 = 0$ SI!

Perciò in questo caso “lo zero” è 3.

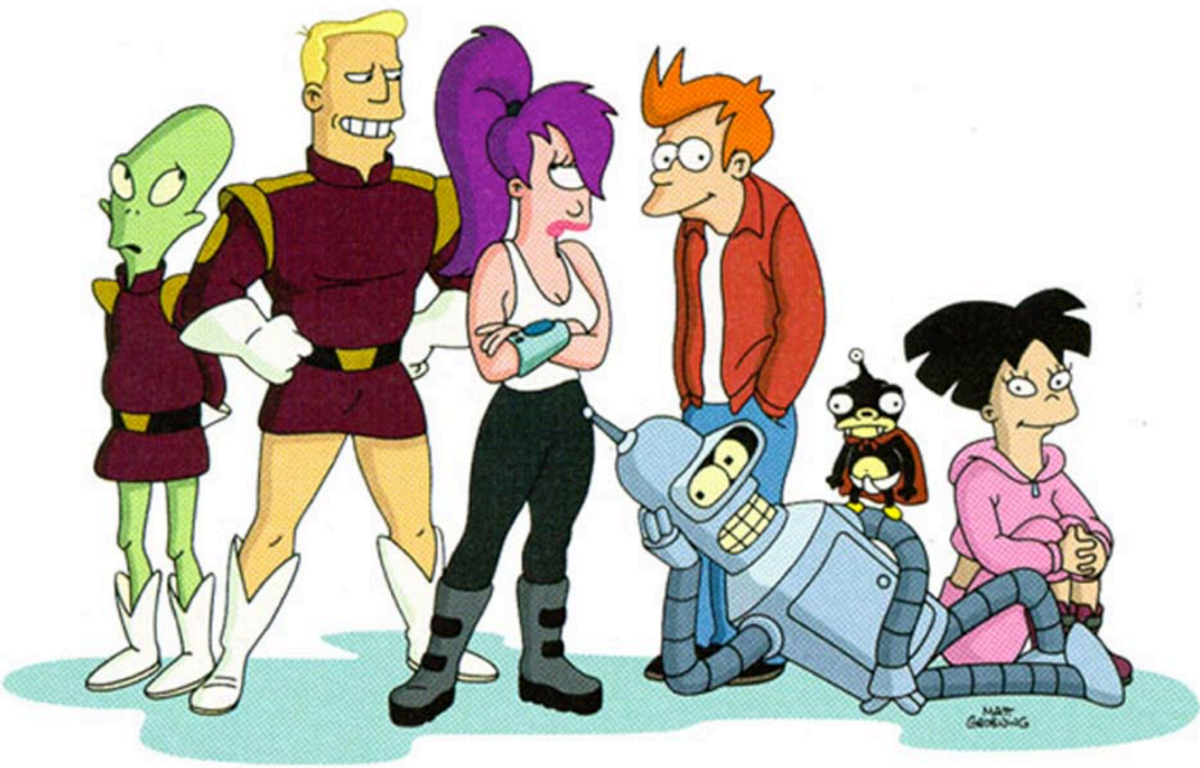


	1	-3	0	0	1	-2	-3
		3	0	0	0	3	3
3							
	1	0	0	0	1	1	0

Portiamo il primo coefficiente sotto la linea orizzontale e lo moltiplichiamo con lo zero del polinomio. Il prodotto lo incolonniamo sotto il secondo coefficiente e lo sommiamo a quest'ultimo. La somma ottenuta la trascriviamo sempre incolonnata ma sotto la linea orizzontale . Ora ripetiamo il procedimento per tutti i coefficienti fino ad arrivare al termine noto dove la somma è 0; se non è cosi o avete sbagliato dei calcoli o molto probabilmente è sbagliato lo zero del polinomio!

La scomposizione in questo caso è perciò: $(x-3)(x^5+x+1)$.

Si scrive mettendo nella prima parentesi $x\ e\ l'opposto\ dello\ zero\ del\ polinomio$ mentre nella seconda i valori ricavati dalle addizioni nella tabella moltiplicati per x elevato al grado indicato dalla posizione che occupa il valore stesso. Partendo da destra e trascurando ovviamente lo zero si ha il primo numero senza x; il secondo con x; il terzo con x^2; il quarto con x^3 e così via…



ESERCITIAMOCI UN PO'!

$3x^3 + 3xy^2 + 2x^2y + 2y^3 + x^2z + y^2z =$ Fattori comuni? $3x, 2y, z$.

$= 3x(x^2 + y^2) + 2y(x^2 + y^2) + z(x^2 + y^2) =$ Fattor comune? $(x^2 + y^2)$

$= (x^2 + y^2)(3x + 2y + z)$. Si può fare altro? NO

Capito? Vediamo… NON LASCIARTI SPAVENTARE DALLE FRAZIONI!

$\frac{1}{2}ax - \frac{1}{2}bz + \frac{1}{2}bx - \frac{1}{2}az + \frac{5}{2}ay + \frac{5}{2}by =$ Fattor comune? $\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}(\ldots - \cdots + \cdots - az + 5ay + \cdots) =$ Fattori comuni? $x, -z, 5y$

$= \frac{1}{2}[x(a + \ldots) - z(\ldots + \ldots) + \ldots(\ldots + b)] =$ Fattor comune? $(\ldots + \ldots)$

$= \frac{1}{2}(\ldots + \ldots)(x - \ldots + \ldots)$. Finito? SI

E' stato facile, vero? Adesso prova da solo con queste.

$-\frac{1}{2}a^3b - \frac{3}{2}a^2b^2 - \frac{1}{2}ab^3$.

$(3 - 4a)(1 + 3a) - 3(2 - 5a)(3 - 4a)$.

$a^2b^2 + 1 + a^2 + b^2$.

$ax + bx - ay - by + a + b$.

E ORA ALTRI DA COMPLETARE!

$\frac{1}{4}x^2 - a^2 = \left(\frac{\ldots}{\ldots}x + a\right)\left(\frac{\ldots}{\ldots} - \ldots\right)$.

$2ax^4 - 2ax^2y^2 - 8ay^4 + 8axy^3 =$Qui prima c'è un raccoglimento! Te ne sei accorto?

$= 2a(\ldots^4 - x^2\ldots^2 - 4\ldots^4 + 4\ldots y^3) =$ Raccoglimento parziale...

$= 2a[x^2(\ldots^2 - \ldots^2) + 4y^3(-y + \ldots)] =$ Eccola la somma per differenza!

$= 2a[x^2(\ldots + \ldots)(\ldots - \ldots) + 4y^3(\ldots + \ldots)] =$ Raccogliamo a fattor comune…

$= 2a[(\ldots + \ldots)(x^3 + x^2y + 4y^3)]$.

$(a-b)^2-(x-y)^2=[(a-b)+(\ldots-\ldots)][(\ldots-b)\ldots(\ldots-\ldots)]$.

$25x^2+20xy+4n^2=(5x+\ldots)^{\cdots}$.

$2a^3-4a^2+2a=2a(\ldots^2-\cdots+1)=2a(\ldots-1)^2$.

$x^8+y^8-2x^4y^4=(x^4-\ldots^{\cdots})^2=$ Il binomio è una somma per differenza…

$=(x^2-\ldots^{\cdots})^2(\ldots^{\cdots}+\ldots^2)^2=$ Un'altra somma per differenza!

$=(x-y)^2(\ldots+\ldots)^{\cdots}(x^2+\ldots^{\cdots})^{\cdots}$.

$x^2+9y^2+4-6xy+4x-12y=(x-3\ldots+\ldots)^2$.

$x^3-x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{27}=\left(x-\frac{\ldots}{\ldots}\right)^{\cdots}$.

$a^2+b^2+4+2ab+4a+4b=(a+\ldots+\ldots)^{\cdots}$.

$8a^3+12a^2x+6ax^2+x^3=(\ldots+\ldots)^{\cdots}$.

$x^2-7x+12=(x-\cdots)(x-\cdots)$.

$5x^2-18x-8=(5x-2)(\ldots-\cdots)$.

$64a^3b^6-z^{12}=(4ab^2-z^{\cdots})(16a^{\cdots}b^{\cdots}+4a\ldots^{\cdots}\ldots^{\cdots}+z^8)$.

$125t^3+k^9=(5t+k^3)(\ldots-\cdots+\cdots)$.

PROVA DA SOLO (con i suggerimenti):

$x^6-y^6\rightarrow$ Differenza di cubi, attento…fino a renderlo irriducibile!.

$(xy-1)^2-(x-y)^2\rightarrow$ Differenza di quadrati.

$x^2-5xy+6y^2\rightarrow$ Trinomio speciale.

$x^3y-27y\rightarrow$ Raccoglimento totale e differenza di cubi.

$\frac{8}{27}a^3-2a^2b+\frac{9}{2}ab^2-\frac{27}{8}b^3\rightarrow$ Cubo di binomio.

$9x^3-12x^2y+4xy^2\rightarrow$ Raccoglimento totale e quadrato di binomio.

$4c^2+b^2+a^2+2ab-4ac-4bc\rightarrow$ Quadrato di trinomio.

PER FINIRE ESERCITATI CON RUFFINI:

$2a^7 - 26a^6 + 68a^5 + 126a^4 - 98a^3$.

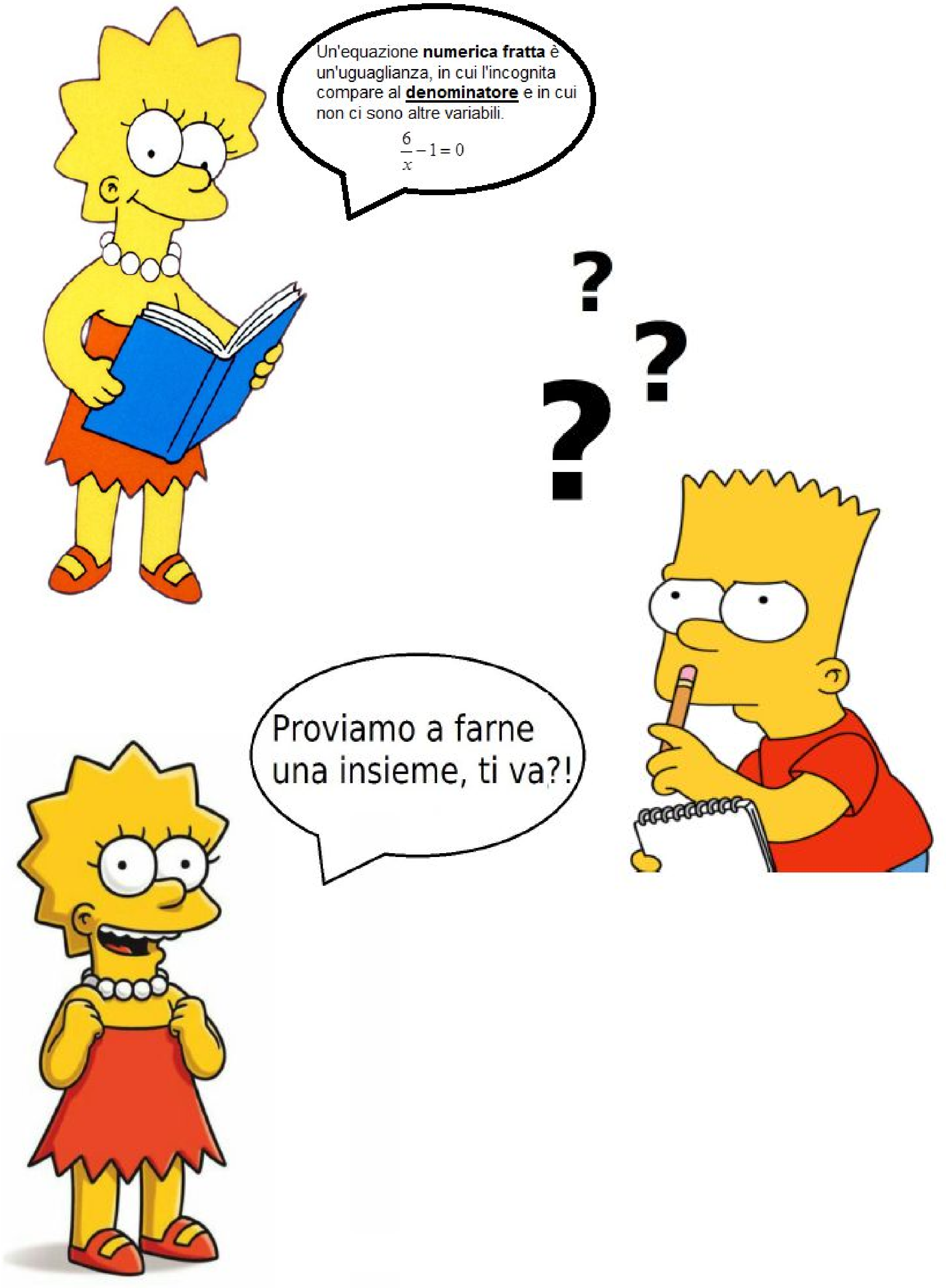
$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 2x + 6$.

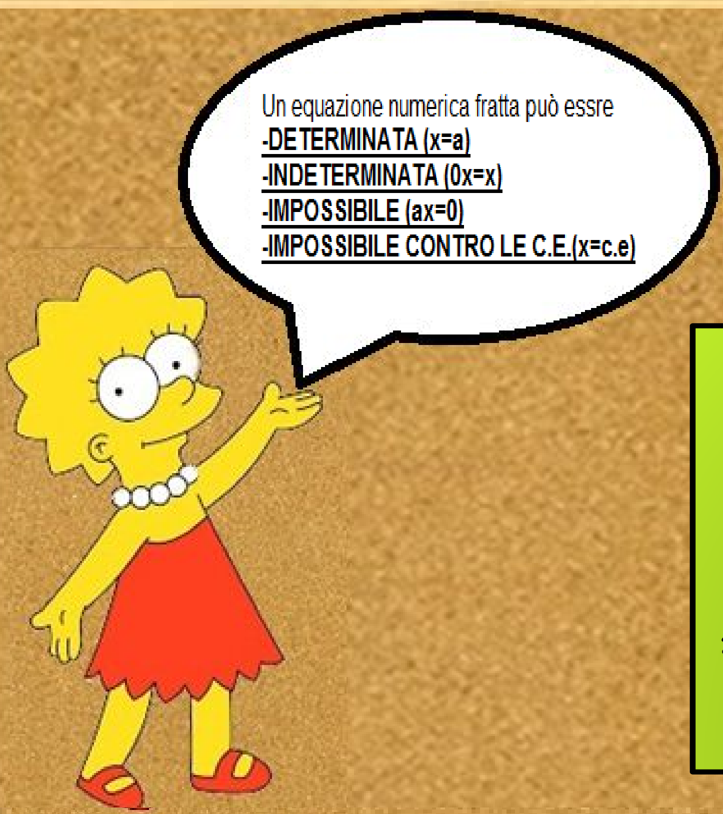
$v^6 - 14v^4 + 49v^2 - 36$.

$x^3 - 9x^2 + 26x - 24$.

LE EQUAZIONI FRATTE

Realizzato da:
Patrizia Wlodarczyk
Marco Attura
Alessandra Fracassi
Dario Pelone


Un'equazione **numerica fratta** è un'uguaglianza, in cui l'incognita compare al **denominatore** e in cui non ci sono altre variabili.
$\frac{6}{x}-1=0$
Proviamo a farne una insieme, ti va?!



N.B.

LE C.E. SONO ESSENZIALI!!

$$A.\ \frac{3x-2}{x+4}=5$$

A. Scrivo correttamente il testo;

$$B.\ \frac{3x-2}{x+4}-5=0$$

B. Porto a sinistra dell'uguale tutti i termini;

$$C.\ \frac{3x-2-5x-20}{x+4}=0$$

C. Faccio il minimo comune multiplo;

<u>FACCIO LE CONDIZIONI DI ESISTENZA</u>

$$C.E.\, x \neq -4$$

D. Semplifico il denominatore;

$$D.\ (x+4)\frac{3x-2-5x-20}{x+4}=0(x+4)$$

E. Porto a destra dell'uguale i termini noti;

$$E.\ 3x-5x=20+2$$

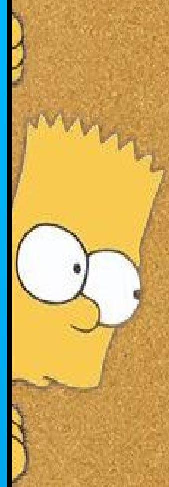
F. Divido il secondo membro per il coefficiente dell'incognita;

$$F.\ \frac{-2x}{-2}=\frac{22}{-2}$$

$$x=-11$$

<u>CONFRONTO CON LE C.E.</u>

Soluzione accettabile perché diversa dalle C.E. soluzione determinata.



$$\frac{4}{x}+\frac{x}{1+x}=\frac{x^{2}}{x(1+x)}$$

$$\frac{4+4x+x^{2}}{x(1+x)}=\frac{x^{2}}{x(1+x)}$$

$$C.E.\, x\neq 0 \wedge x\neq -1$$

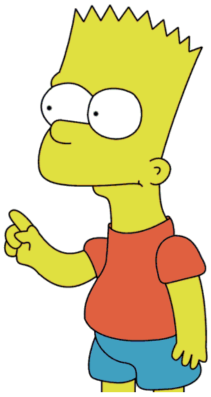
$$x(1+x)\frac{4+4x+x^{2}}{x(1+x)}=\frac{x^{2}}{x(1+x)}x(1+x)$$

$$4x=-4$$

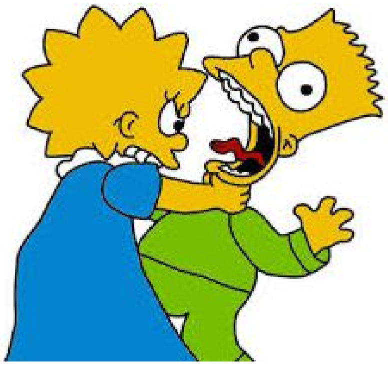
$$\frac{4}{4}x=-\frac{4}{4}$$

$$x=-1$$

A. Scrivo correttamente il testo;
B. Faccio il minimo comune multiplo (m.c.m.)
FACCIO LE CONDIZIONI DI ESISTENZA!!
C. Moltiplico entrambi i membri per il denominatore;
D. Semplifico il denominatore;
E. Dopo aver portato a destra dell'uguale i termini noti e a sinistra i termini con l'incognita faccio la somma algebrica divido il secondo membro per il coefficiente dell'incognita.



BART IL CONFRONTO CON LE C.E



Se la soluzione corrisponde alle C.E. allora si dice impossibile perché contro C.E.

confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,
confronto con le c.e., confronto con le c.e.,confronto con le c.e.,

$$\frac{x+5}{x-2}-3=\frac{11-2x}{x-2}$$

$$\frac{x+5-3x+6}{x-2}=\frac{11-2x}{x-2}$$

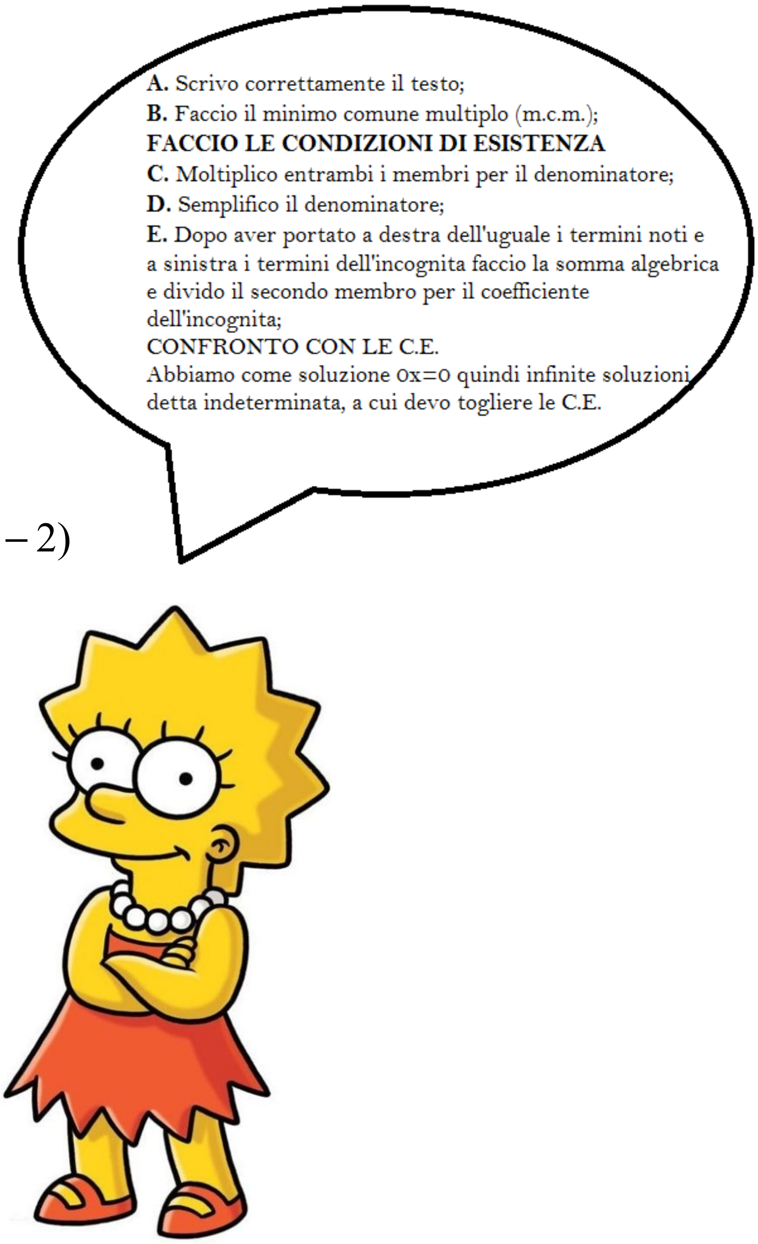
C.E.: $\boldsymbol{x \neq 2}$

$$(x-2)\frac{x+5-3x+6}{x-2}=\frac{11-2x}{x-2}(x-2)$$

$$x+5-3x+6=11-2x$$

$$-3x+2x+x=-5-6+11$$

$0x=0$ **indeterminata con x** $\boldsymbol{\neq 2}$



$$\frac{x+1}{x}+2=\frac{x-4}{x}+\frac{2x-5}{x}$$

$$\frac{x+1+2x}{x}=\frac{x-4+2x-5}{x}$$

$$c.e.x\neq 0$$

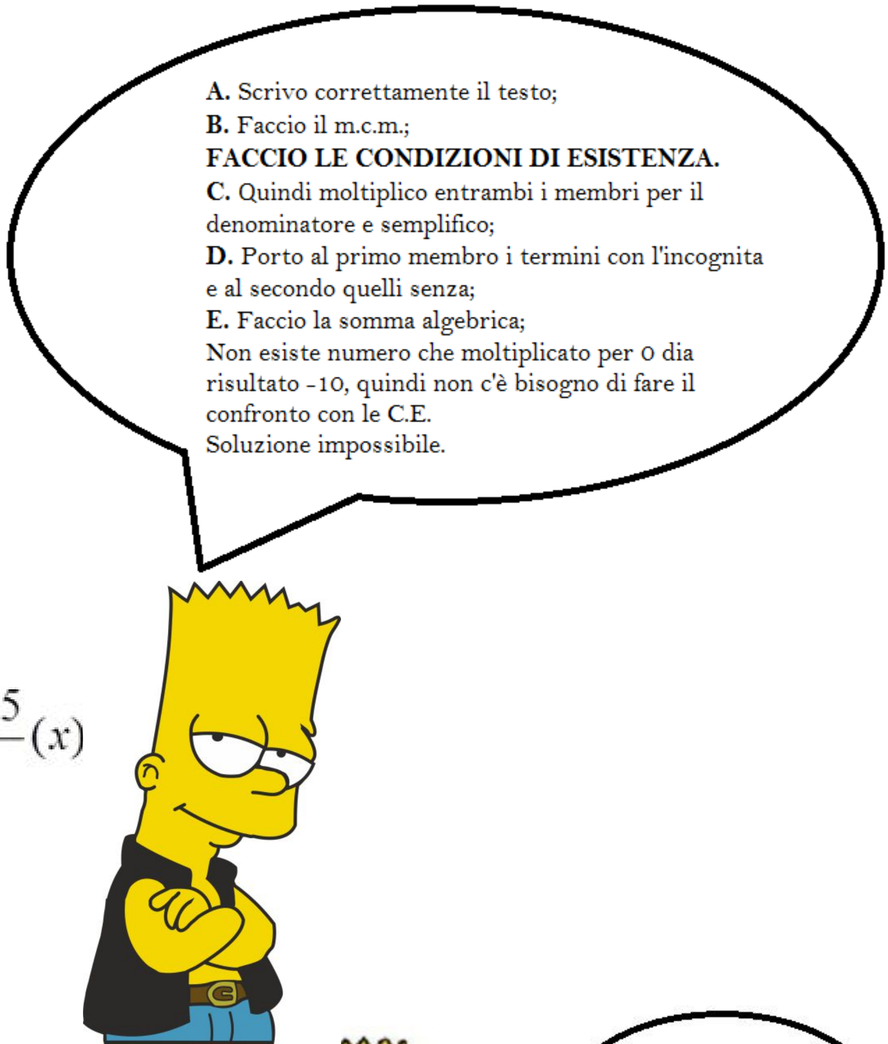
$$(x)\frac{x+1+2x}{x}=\frac{x-4+2x-5}{x}(x)$$

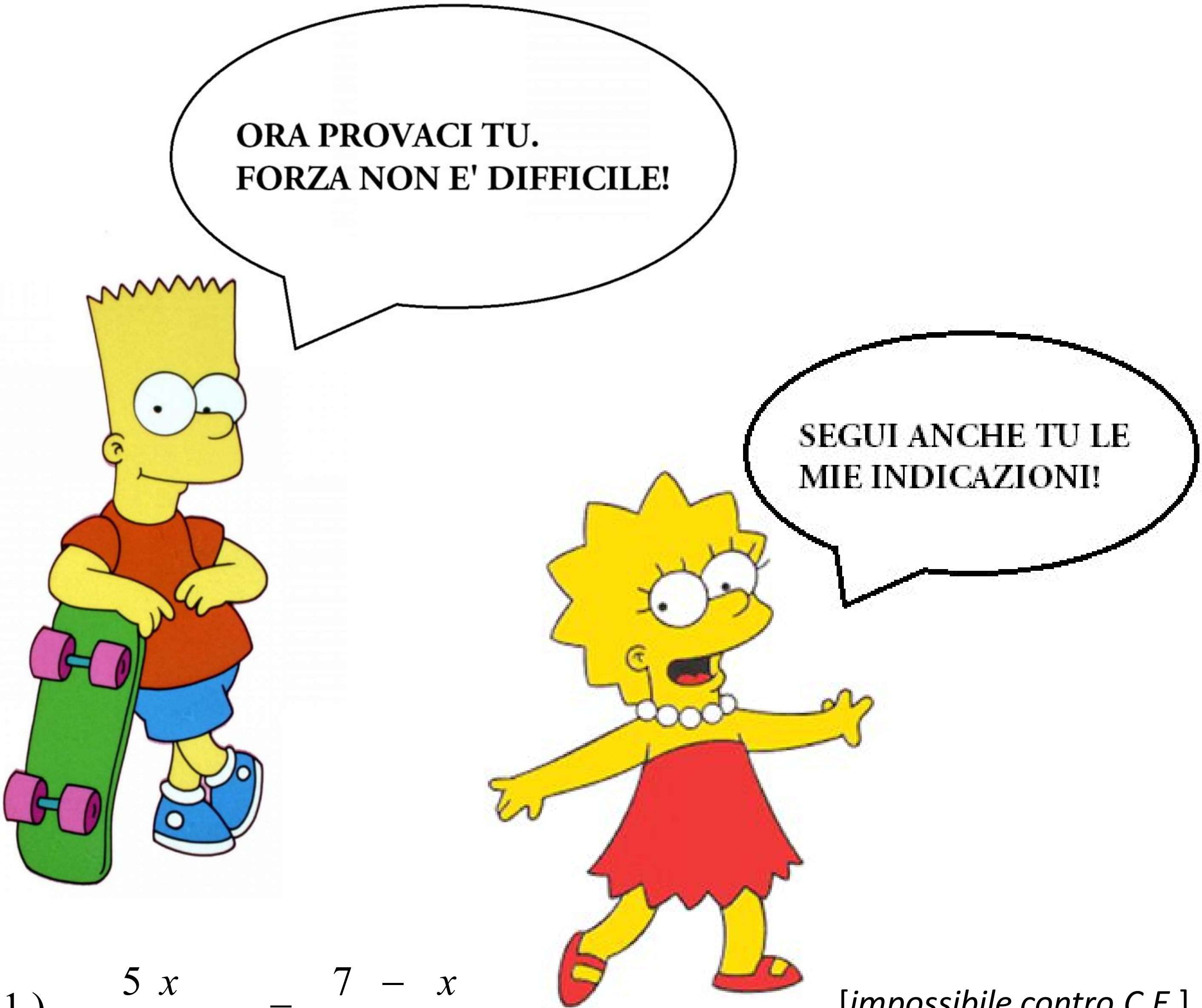
$$x+1+2x=x-4+2x-5$$

$$x+2x-x-2x=-1-4-5$$

$$0x=-10$$

$$impossibile$$



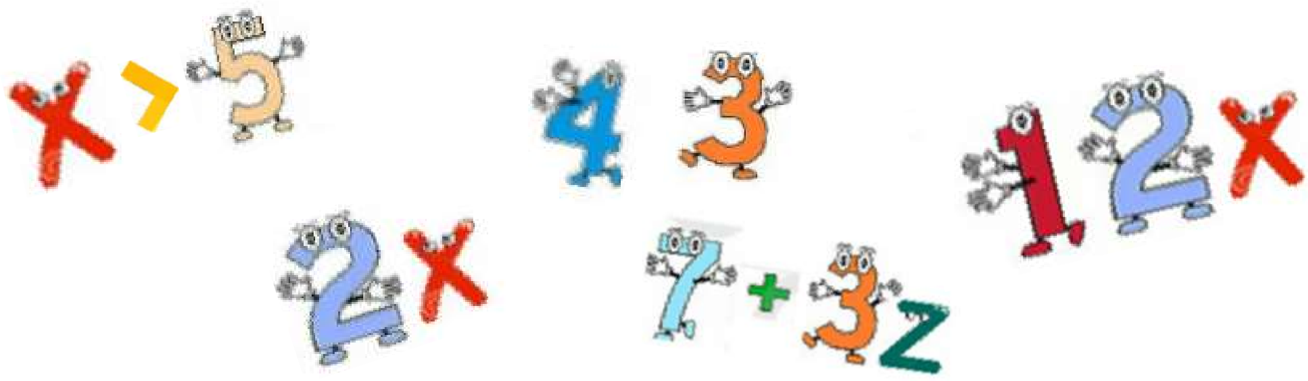


1) $\dfrac{5x}{2x-4}=\dfrac{7-x}{x-2}$ [*impossibile contro C.E.*]

2) $\dfrac{2x-1}{x+3}+\dfrac{3x+7}{3x+9}=\dfrac{5}{x+3}$ $\left[x=\dfrac{11}{9}\right]$

3) $\dfrac{x+1}{2x^2-x-3}=\dfrac{2x+1}{(2x+2)(2x-3)}$ [*impossibile*]

4) $\dfrac{x(x-3)+2}{x-1}=x-2$ [*indeterminata x≠1*]



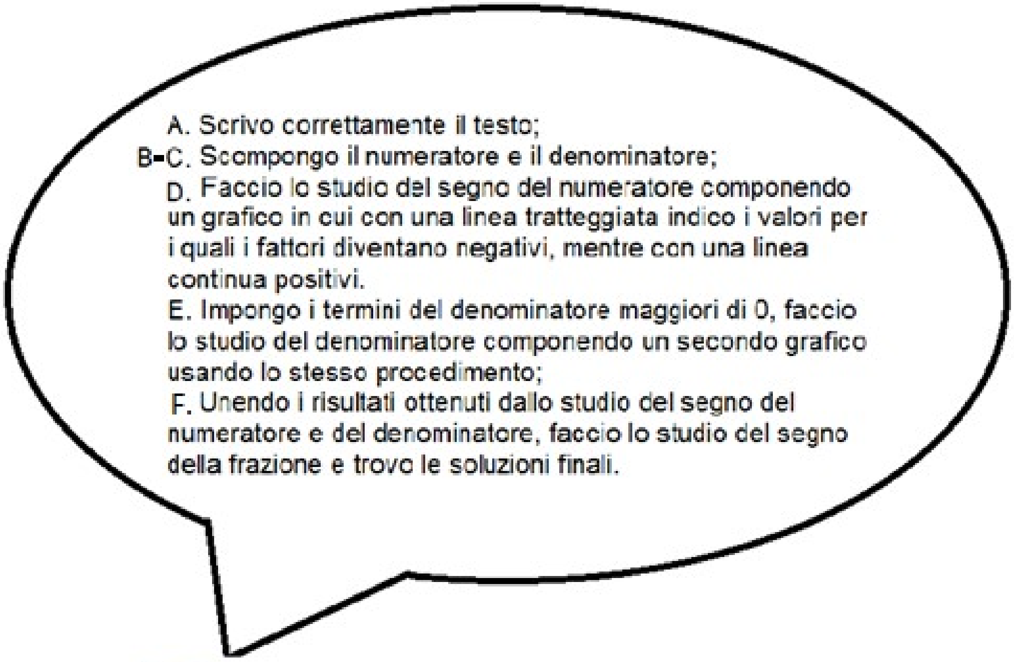
LE DISEQUAZIONI FRATTE


Una disequazione numerica fratta è una disuguaglianza, in cui l'incognita compare al denominatore e in cui non ci sono altre variabili oltre l'incognita.
Dai, facciamone una insieme!

A. $\dfrac{4x^2+12x+9}{x^3-5x^2+6x}<0$

B. $\dfrac{(2x+3)^2}{x(x^2-5x+6)}<0$

C. $\dfrac{(2x+3)^2}{x(x-3)(x-2)}<0$

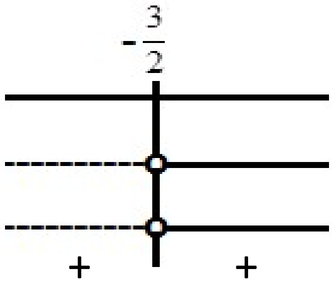


Studio del segno: (D)

Numeratore

2x+3>0 x>-3/2

2x+3>0 x>-3/2



Cerchio chiuso o cerchio aperto?

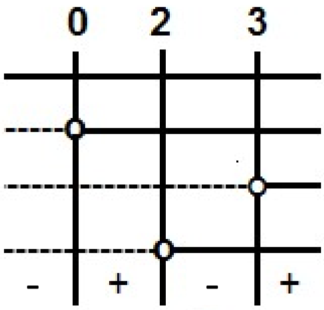
Il cerchio indica se il valore è (cerchio chiuso) o meno (cerchio aperto) soluzione.

Denominatore (E)

x>0 x>0

x-3>0 x>3

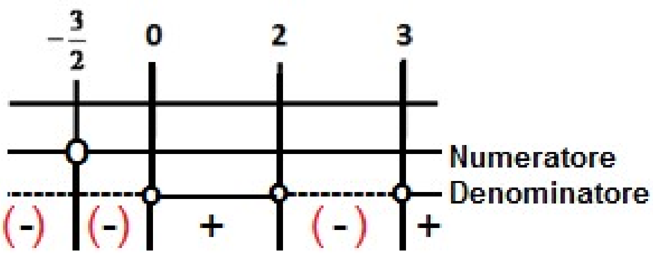
x-2>0 x>2



RICORDA!

Per determinare il segno finale di un grafico, devi fare il prodotto dei segni indicati dalle righe.

Frazione (F)



SOLUZIONE: x<-3/2 V -3/2<x<0 V 2<x<3 **(DETERMINATA)**

$$\frac{x^2-4}{3x^2-18x}>0 \qquad \text{(A)}$$

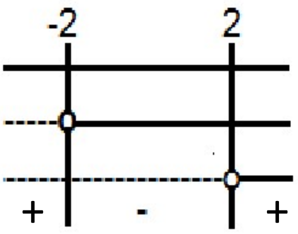
$$\frac{(x+2)(x-2)}{3x(x-6)}>0 \qquad \text{(B)}$$

STUDIO DEL SEGNO

Numeratore (C)

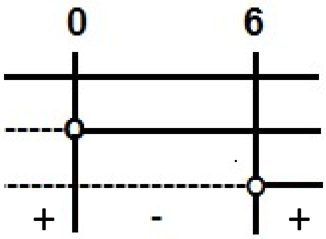
x+2>0 x>-2

x-2>0 x>2

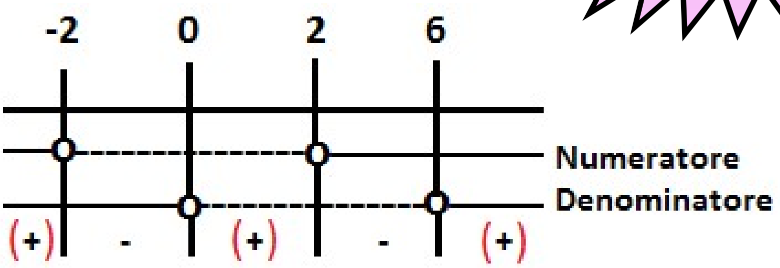


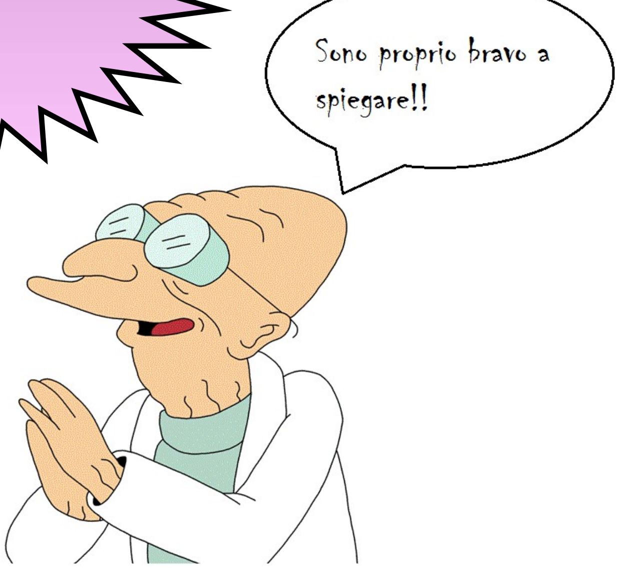
Denominatore (D)

x>0
x-6>0 x>6



Frazione (E)





Soluzioni: x<-2 V 0<x<2 V x>6 (**DETERMINATA**)

$$\frac{4x-12}{15-5x} \leq 0 \quad \text{(A)}$$

$$\frac{4(x-3)}{-5(x-3)} \leq 0 \quad \text{(B)}$$

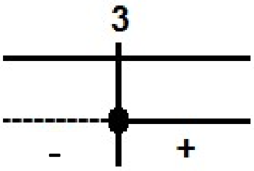
$$\left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \frac{4(x-3)}{-5(x-3)} \leq 0 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$$

$$\frac{(x-3)}{(x-3)} \geq 0$$

STUDIO DEL SEGNO

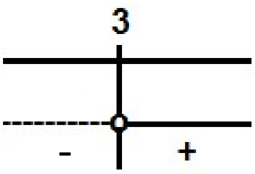
Numeratore (C)

x-3>0   x>3

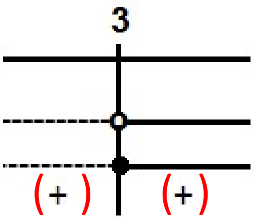


Denominatore (D)

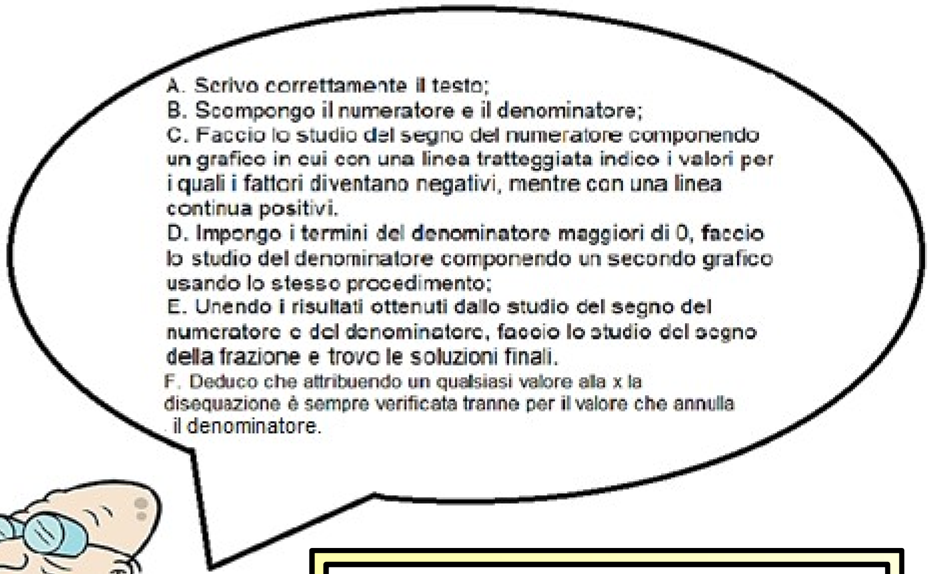
x-3>0   x>3



Frazione (E)



Soluzioni: $\forall x \in R$ con x≠3 (**INDETERMINATA**)(F)



UTILIZZIAMO IL CERCHIETTO CHIUSO PER IL NUMERATORE PERCHE' IL SEGNO DI DISEQUAZIONE CONTEMPLA IL RISULTATO UGUALE A 0(≤). NON USIAMO IL PALLINO CHIUSO PER IL DENOMINATORE PERCHE' ALTRIMENTI LA DISEQUAZIONE PERDEREBBE DI SIGNIFICATO.

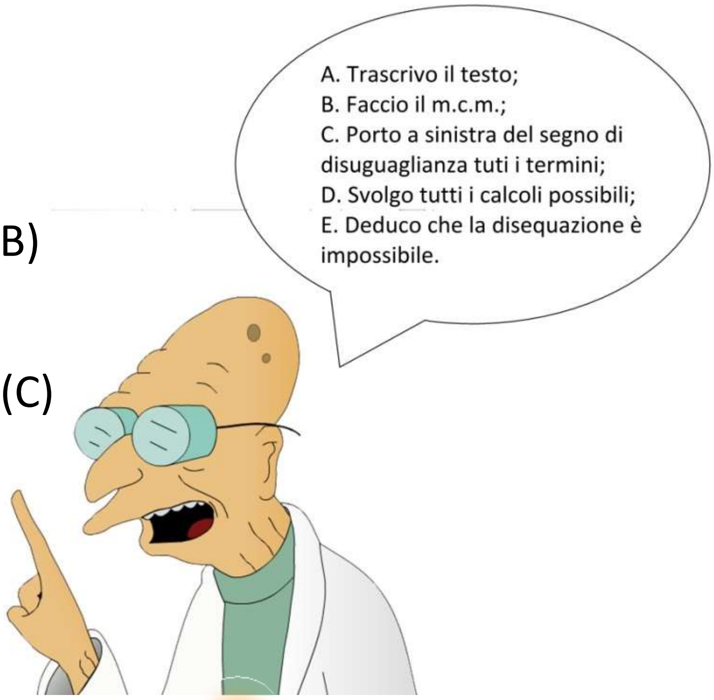
$$\frac{x^2+18x+15}{x^2+10x+25} > \frac{x+3}{x+5} \qquad \text{(A)}$$

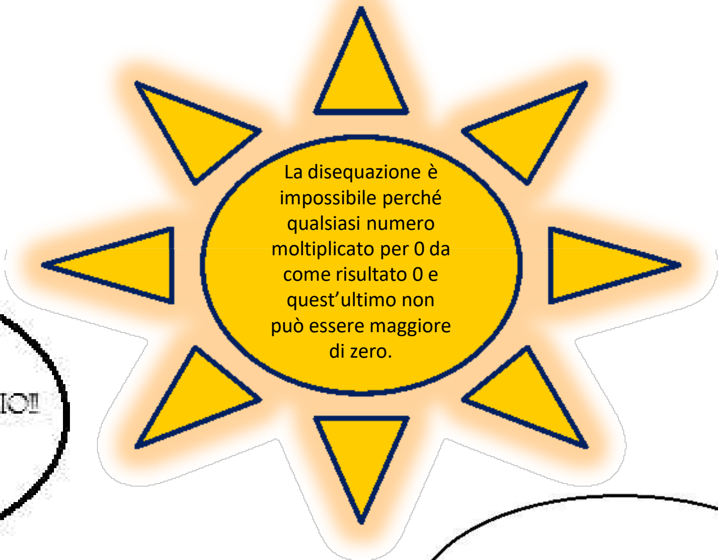
$$\frac{x^2+8x+15}{(x+5)(x+5)} > \frac{x^2+5x+3x+15}{(x+5)(x+5)} \qquad \text{(B)}$$

$$\frac{x^2-x^2+8x-5x-3x+15-15}{(x+5)(x+5)} > 0 \qquad \text{(C)}$$

$$\frac{0x}{(x+5)(x+5)} > 0 \qquad \text{(D)}$$

$impossibile$ (E)





1) $\dfrac{x+4}{2-x} > \dfrac{5x-1}{x-2}$ $\left[-\dfrac{1}{2} < x < 2\right]$

2) $1-\dfrac{x+3}{1-x} > \dfrac{x+1}{x-1} + 4 - \dfrac{2}{1-x}$ $[impossibile]$

3) $\dfrac{12-3x}{x-4} + 3 \geq 0$ $\begin{bmatrix} \forall x \in R \\ con x \neq 4 \end{bmatrix}$

4) $-3+\dfrac{2}{3x+5} > -\dfrac{5}{6x+10}$ $\left[-\dfrac{5}{3} < x < -\dfrac{7}{6}\right]$